

УДК 517.9
ББК 22.116.6

Андрей Геннадьевич Батухтин,
кандидат технических наук, доцент,
Забайкальский государственный университет,
672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30,
e-mail: batuhtina_ir@mail.ru
Ирина Юрьевна Батухтина,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Забайкальский государственный университет,
672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30,
e-mail: batuxtina_irina@mail.ru

**О решении одной теплофизической системы линейных
дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными
коэффициентами**

Рассмотрена теплофизическая система линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Получено решение в виде конечной суммы экспоненциальных функций с коэффициентами, которые определяются из рекуррентных соотношений. Полученное решение может быть использовано при решении определённого класса инженерных и экономических задач (теплотехнических, транспортных, информационных).

Ключевые слова: линейные дифференциальные уравнения первого порядка, рекуррентное соотношение, задачи теплофизики.

Andrey Gennadevich Batukhtin,
Candidate of Technical Science, Associate Professor,
Transbaikal State University,
30 Aleksandro-Zavodskaya St., Chita, Russia, 672039
e-mail: batuhtina_ir@mail.ru
Irina Yuryevna Batukhtina,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Transbaikal State University,
30 Aleksandro-Zavodskaya St., Chita, Russia, 672039
e-mail: batuxtina_irina@mail.ru

**On the Solution of Thermo-Physical System of Linear First Order
Differential Equations with Constant Coefficients**

Thermo-physical system of linear first order differential equations with constant coefficients is considered. It was obtained by the solution as a finite sum of exponential functions with coefficients that are determined by the recurrence relations. The resulting solution can be used in solving a certain class engineering and economic problems (thermal, transport, information).

Keywords: linear differential equations of the first order, recurrence relations, problem of thermo-physics.

Известно [1–5], что достаточно широкий класс инженерных и экономических задач (теплотехнических, транспортных, информационных, задач технико-экономической оптимизации) сводится к системе дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} y'_1(x) - A_1 y_1(x) = \alpha_1 y_0 + \beta_1; \\ \dots \\ y'_i(x) - A_i y_i(x) = \alpha_i y_{i-1}(x) + \beta_i; \\ \dots \\ y'_n(x) - A_n y_n(x) = \alpha_n y_{n-1}(x) + \beta_n, \end{cases} \quad (1)$$

при начальных условиях

$$y_{i|x=0} = y_i^0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где для задач тепловых сетей x – время; $y_i(x)$ – искомая температура сетевой воды на концах участков тепловых сетей; A_i , α_i , β_i , y_0 , y_i^0 – заданные постоянные, причем $A_i \neq A_j$ при $i \neq j$ и $A_i \neq 0$. Уравнения (1) являются линейными дифференциальными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами, которые решаются по стандартной схеме. Отсюда получаем

$$y_i(x) = e^{A_i x} \left[y_i^0 + \int_0^x e^{-A_i z} (\alpha_i y_{i-1}(z) + \beta_i) dz \right]. \quad (3)$$

С учетом экспоненциального вида функции $y_1(x)$ решение (3) приводится к виду

$$y_i(x) = \sum_{j=0}^i a_{ij} e^{A_j x}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

где $A_0 = 0$, a_{ij} – постоянные. Сравнивая в системе (1) коэффициенты при функциях $e^{A_j x}$ (4), для постоянных a_{ij} при $i \neq j$ получим рекуррентные формулы:

$$a_{ij} = \frac{\alpha_i a_{i-1,j}}{A_j - A_i}, \quad j = 1, \dots, i-1, \quad a_{i0} = \frac{\alpha_i a_{i-1,0} + \beta_i}{A_i}, \quad (5)$$

при этом коэффициенты a_{ii} определяются из начальных условий (2):

$$a_{ii} = y_i^0 - a_{i,i-1} - \dots - a_{i0}. \quad (6)$$

Отметим, что полученное решение вида (3)–(6) можно непосредственно применять в более сложных моделях [3].

Из равенств (5) следует, что случаи $A_i = A_j$ при $i \neq j$ и $A_i = 0$ требуют дополнительного исследования.

Список литературы

1. Горячих Н. В., Батухтин А. Г. Использование факторного анализа для оптимизации режимов работы систем теплоснабжения // Промышленная энергетика. 2013. № 9. С. 26–30.
2. Басс М. С., Батухтин А. Г., Требунских С. А. Методические вопросы оценки эффективности систем централизованного теплоснабжения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2013. № 2. С. 80–84.

3. Батухтин А. Г., Калугин А. В. Моделирование современных систем централизованного теплоснабжения // Вестник ИрГТУ, 2011. Т. 55. № 8. С. 84–91.
4. Батухтин А. Г. Оптимизация отпуска теплоты от ТЭЦ на основе математического моделирования с учётом функционирования различных типов потребителей: автореф. дис. ... канд. техн. наук: Улан-Удэ.: ВСГТУ, 2005. 16 с.
5. Батухтин А. Г., Маккавеев В. В. Применение оптимизационных моделей функционирования систем теплоснабжения для снижения себестоимости тепловой энергии и увеличения располагаемой мощности станции // Промышленная энергетика. 2010. № 3. С. 7–8.

References

1. Goryachikh N. V., Batukhtin A. G. Ispol'zovanie faktornogo analiza dlya optimizatsii rezhimov raboty sistem teplosnabzheniya // Promyshlennaya energetika. 2013. № 9. S. 26–30.
2. Bass M. S., Batukhtin A. G., Trebunskikh S. A. Metodicheskie voprosy otsenki effektivnosti sistem tsentralizovannogo teplosnabzheniya // Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. 2013. № 2. S. 80–84.
3. Batukhtin A. G., Kalugin A. V. Modelirovanie sovremennykh sistem tsentralizovannogo teplosnabzheniya // Vestnik IrGTU, 2011. Т. 55. № 8. С. 84–91.
4. Batukhtin A. G. Optimizatsiya otpuska teploty ot TETs na osnove matematicheskogo modelirovaniya s uchetom funktsionirovaniya razlichnykh tipov potrebiteli: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk: Ulan-Ude.: VSGTU, 2005. 16 s.
5. Batukhtin A. G., Makkaveev V. V. Primenenie optimizatsionnykh modelei funktsionirovaniya sistem teplosnabzheniya dlya snizheniya sebestoimosti teplovoi energii i uvelicheniya raspolagaemoi moshchnosti stantsii // Promyshlennaya energetika. 2010. № 3. S. 7–8.

Статья поступила в редакцию 10.04.2015