УДК 519.8
ББК 22.18я73

А. А. Васин, А. Г. Гусев
г. Москва, Россия

О соотношении равновесия в функциях предложения и ожидаемого поведения на аукционе единой цены[1]

Рассматривается игра, соответствующая аукциону функций предложения с единой ценой для рынка однородного товара. Для симметричной олигополии с неопределенным спросом, зависящим от случайного фактора, Клемперер и Мейер (1989) установили существование и исследовали свойства равновесия в функциях предложения (РФП) при общих предположениях об издержках и функции спроса на рынке. Мы рассматриваем динамику наилучших ответов для повторяющейся игры (аукциона) и показываем, что при линейных предельных издержках она сходится к РФП со скоростью геометрической прогрессии. В то же время, для постоянных предельных издержек и при ограничениях производственной мощности наилучшего ответа на очередном этапе может не существовать, и динамика наилучших ответов не сходится к РФП.

Ключевые слова: аукцион функций предложения, динамика наилучших ответов.

A. A. Vasin, A. G. Gusev
Moscow, Russia

On the Issue of SFE Correspondence to Expected Behavior at the Uniform Price Auction?

We consider a game corresponding to the uniform price supply function auction for homogenous goods. For a symmetric oligopoly with uncertain demand depending on a random parameter, Klemperer and Mayer (1989) established the existence and studied the properties of the supply function equilibrium (SFE) under general assumption on the cost and demand functions of the market. We consider the best reply dynamics for a repeated auction game and show that under a linear marginal cost function, it converges to the SFE with a geometric rate. However, for a fixed marginal cost and limited production capacity, the best reply may not exist at some stage, so the dynamics do not converge to SFE in general.

Keywords: supply function auction, best reply dynamics.

1. Введение

В некоторых странах рынки электроэнергии развиваются уже более двадцати лет. Обычно они организованы в форме аукциона единой цены, на котором заявка производителя представляет собой монотонную функцию, определяющую предлагаемое количество товара в зависимости от цены. Рыночная цена на таком аукционе определяется как пересечение суммарной функции предложения производителей и суммарной функции спроса. Серьезной проблемой на подобных рынках является ограничение «рыночной власти» крупных производителей. Концентрация генерирующих мощностей позволяет крупным производителям получать большую «рыночную власть» и использовать ее для повышения рыночной цены. Обычно потребители не имеют «рыночной власти» и играют пассивную роль, их поведение можно рассматривать как конкурентное. Проблема ограничения «рыночной власти» в данном случае не может быть решена стандартными методами антимонопольного регулирования, такими как дробление рынка на мелкие компании, в силу сопутствующего снижения надежности поставок электроэнергии и увеличения издержек. Альтернативным способом решения проблемы является выбор соответствующей модели аукциона, которая позволит минимизировать «рыночную власть» производителей. Моделированию аукционов электроэнергии посвящено большое количество работ (см. [1–5]). В данных работах авторы моделируют аукционы в виде игр в

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 11-01-00778-а

нормальной форме и рассматривают в качестве моделей поведения равновесие Нэша или его модификацию (например, СПР – совершенное подыгровое равновесие).

Другой существенной особенностью рынка электроэнергии является неопределенность спроса, которая связана как с изменением факторов окружающей среды, так и с колебаниями спроса на электроэнергию в течение суток, на которые подается завка. В контексте неопределенного спроса большой интерес представляет работа [6], в которой предполагается, что заявка продавца подается в виде непрерывной монотонной функции, а спрос зависит от случайного фактора. В каждый момент времени цена отсечения определяется из баланса текущей функции спроса и функции фактического предложения, которая представляет собой суммарную заявку всех участников. Набор стратегий является равновесием в функциях предложения, если в каждый момент времени заявка данного участника обеспечивает максимизацию его прибыли при фиксированных заявках остальных участников. Для симметричной олигополии авторы формулируют необходимое условие существования равновесия РФП в виде дифференциального уравнения и описывают множество равновесных решений. При сравнении исходов аукциона функций предложения с другими моделями авторы отмечают, что цена, формирующаяся в SFE всегда меньше, чем цена Курно. В некоторых случаях снижение цены является существенным [3, 4], что говорит о том, что аукцион функций предложений уменьшает «рыночную власть».

В то же время вычисление заявок РФП является достаточно сложной математической задачей. В общем случае для ее решения требуется полная информация о функции спроса и функциях издержек каждого производителя. Можно ли при этом ожидать, что реальное поведение производителей на таком аукционе будет отвечать данной модели?

Аналогичный вопрос возникает в общем случае для равновесия Нэша в игре в нормальной форме. Ответ на него дается на основе моделей адаптации и обучения. Их исследование показывает, что для некоторых классов игр простые адаптивно-подражательные механизмы приводят к сходимости стратегий к устойчивому равновесию Нэша для игроков с ограниченной рациональностью и неполной информацией.

Цель настоящей работы – рассмотреть динамику наилучших ответов для двух вариантов симметричной олигополии с линейной функцией спроса: а) с линейными предельными издержками; б) с постоянными предельными издержками и ограничениями производственных мощностей. Наша задача – определить для каждого случая, сходится ли динамика к какому-нибудь РФП. Помимо этого мы опишем множество РФП в условиях ограниченного спроса в зависимости от его максимального значения (раздел 4). В разделе 2 приводится формальная модель и основной результат работы [6]. В разделе 3 исследуется модель с линейными предельными издержками, а в разделах 4 и 5 – с ограниченной мощностью.

2. Описание модели аукциона и РФП

В работе [6] игроков (производителей). Для каждого игрока $C(q)$ – это функция издержек в зависимости от производимого объема q, удовлетворяющая стандартным предположениям: $C'(q) > 0,\ \forall\, q > 0;\quad 0 < C''(q) < \infty\ \forall\, q \le 0$. Потребители характеризуются функцией спроса $D(p,t)$, зависящей от цены $p \ge 0$ и случайного фактора t (другая интерпретация t – это время суток) с положительной плотностью распределения на $[\underline{t}, \overline{t}]$. Для всех p, t функция спроса удовлетворяет следующим условиям: $-\infty < D_p < 0$, $\mathrm{D}_{pp} \le 0$, $\mathrm{D}_{pt} = 0$, $\mathrm{D}_t > 0$, (т.е. D_p не зависит от t). Стратегией игрока i является дважды дифференцируемая функция предложения $S^i(p)$, которая определяет предлагаемый объем в зависимости от рыночной цены p. Игроки назначают свои стратегии одновременно, не имея информации о случайном факторе t. Для набора стратегий $\overrightarrow{S} = (S^1(p), S^2(p), ...S^n(p))$, после того, как становится известной реализация случайного фактора t, цена $p(\overrightarrow{S}, t)$ определяется, исходя из баланса суммарной функции предложения с функцией спроса: $D(p(t)) = \sum\limits_{i=1}^{n} S^i(p(t))$. Если уравновешивающая рынок цена не существует или не единственная, то фирмы не производят товар, а их доход нулевой. Каждый производитель i стремится максимизировать свою прибыль

$$\pi_i(\overrightarrow{S}, t) = p(\overrightarrow{S}, t) \cdot S^i(p(\overrightarrow{S}, t)) - C_i(S^i(p(\overrightarrow{S}, t)), i \in N.$$

Набор стратегий $\overrightarrow{S}^* = (S^{*i}, i \in N)$ называется РФП, если $\forall\ t\ S^{*i} \in \mathrm{Argmax}_{S_i}(\pi_i(S^i, S^{*-i}, t))$.

Утверждение 1 (см. Утверждение 1.2 в работе [6]). Если $\sup_t D(0,t) = \infty$, то $\overrightarrow{S}^* = (S^{*1}, S^{*2}, ..., S^{*n})$– РФП тогда и только тогда, когда $S^i(p) \equiv S(p), \forall i \in N$, $S(p)$ монотонно возрастает по p и удовлетворяет уравнению:

$$S'(p) = \frac{S(p)}{p - C'(S(p))} + D_p(p). \tag{1}$$

Ниже допустимыми считаются лишь монотонно неубывающие заявки, что соответствует правилам реальных аукционов.

3. Модель с линейными предельными издержками

Рассмотрим симметричную дуополию с функцией издержек $C(q) = (c_0 + 0,5c_1q)q$, где $c_0 > 0, c_1 > 0$ и функцией спроса $D(p,t) = \overline{D}(t) - dp$, где $d > 0$ и $\overline{D}(t)$ − это максимальный спрос, зависящий от случайного фактора t. В соответствии с Утверждением 1 равновесная функция предложения в данном случае должна удовлетворять дифференциальному уравнению:

$$S'(p) = \frac{S(p)}{p - c_0 - c_1S(p)} - d. \tag{2}$$

Если $\sup_t D(t) = \infty$, то существует единственное SFE, где функция предложения линейна:

$$S^*(p) = 0,5(p - c_0)d(-1 + \sqrt{\frac{4}{dc_1} + 1}) \tag{3}$$

(см. Утверждение 4 в работе [6]).

Рассмотрим динамику наилучших ответов (ДНО) для повторяющегося аукциона. В данных условиях на каждом шаге $\tau = 1, 2, ...$ каждая фирма назначает функцию предложения $S(p, \tau)$, которая является наилучшим ответом на заявку фирмы-конкурента $S(p, \tau - 1)$ на предыдущем шаге (мы предполагаем, что $S(p, 0) = 0$).

Формально $S(p, \tau)$называется наилучшим ответом на $S(p, \tau - 1)$, если для каждого $t \in [\underline{t}, \overline{t}]$ решение $p(\tau, t)$ уравнения $S(p, \tau) + S(p, \tau - 1) = D(p, t)$ максимизирует выигрыш:

$$p(\tau, t) \longrightarrow \max_p[(D(p,t) - S(p, \tau - 1))p - C(D(p(t) - S(p, \tau - 1))].$$

Отметим, что решение задачи оптимизации монопольной прибыли $\max_p(D(p)p - C(D(p)))$ с вогнутой функцией спроса и выпуклой функцией издержек однозначно определяется из необходимого условия первого порядка, которое указывает также оптимальный объем выпуска:

$$q^*(p) = (p - C'(D(p)))|D'(p)| = D(p). \tag{4}$$

Функция $q^*(p)$, определенная в соответствии с (4), называется функцией предложения Курно (см.[1]). На первом шаге ДНО при $\tau = 1$ функция предложения, которая максимизирует прибыль фирмы 1, совпадает с ее функцией предложения Курно: $S^1(p, 1) = (p - c_0)\frac{d}{1+c_1d}$. На каждом последующем шаге существует заявка, которая максимизирует прибыль при любых значениях параметра. Действительно, пусть заявка конкурента $S^2 = \max(0, k(p - c_0))$. Тогда решение $\overline{p}(t)$ задачи максимизации прибыли фирмы:

$$\max_p[(D(p,t) - S^2(p))p - C^1(D(p,t) - S^2(p))] \tag{5}$$

определяет оптимальную цену при данном аукционе. Для реализации данной цены на рынке фирма должна назначать $S^1(\overline{p}(t)) = D(\overline{p}(t), t) - S^2(\overline{p}(t))$. Исходя из (5), функция остаточного спроса определяется как $\max(0, D(p,t) - S^2(p))$ и для заданных $D(p,t), C(p), S^2(p)$ мы получаем уравнение, которое определяет оптимальную цену $\overline{p}(t)$ в соответствии с (4):

$$\frac{(p - c_0)(d + k)}{1 + c_1(d + k)} = \overline{D}(t) - dp - k(p - c_0). \tag{6}$$

Итак, мы получаем следующее утверждение:

Утверждение 2. Заявка $S^1(p) = \frac{(p-c_0)(d+k)}{1+c_1(d+k)}$ – это наилучший ответ на заявку $S^2(p) = k(p-c_0)$ при любом $\overline{D}(t) > dc_0$.

Таким образом, наилучшим ответом на шаге τ является $S(p,\tau) = k_\tau(p-c_0)$, где

$$k_\tau = \frac{d + k_{\tau-1}}{1 + c_1(d + k_{\tau-1})}.$$

Единственная неподвижная точка

$$k^* = \frac{d}{2}(\sqrt{\frac{4}{dc_1} + 1} - 1)$$

для данного отображения наилучшего ответа соответствует SFE (3) для статической модели аукциона.

Утверждение 3. Динамика наилучших ответов для модели с линейными предельными издержками сходится к SFE статической модели. Более того,

$$|\frac{k_\tau}{k^*} - 1| \leq |\frac{k_1}{k^*} - 1|(1 + c_1 d)^{\tau-1}.$$

Доказательство. В соответствии с доказанным выше,

$$k^* = \frac{d + k^*}{1 + c_1(d + k^*)}$$

и

$$k_\tau = \frac{1}{\frac{1}{d+k_{\tau-1}} + c_1},$$

отсюда мы получаем:

$$\frac{k_\tau}{k^*} - 1 \;=\; \frac{\frac{d+k_{\tau-1}}{d+k*} + c_1(d + k_{\tau-1})}{1 + c_1(d + k_{\tau-1})} - 1 \Rightarrow |\frac{k_\tau}{k^*} - 1| \;=\; \frac{|\frac{k_{\tau-1}-k^*}{d+k*}|}{1 + c_1(d + k_{\tau-1})} \;\leq\; \frac{|\frac{k_{\tau-1}}{k^*} - 1|}{1 + c_1(d + k_{\tau-1})} \;\leq$$

$$|\frac{k_1}{k^*} - 1|(1 + c_1 d)^{\tau-1}.$$

4. Модель с постоянными предельными издержками и ограничением производственной мощности

В этой модели функция издержек имеет вид $C(q) \;= cq,\; c > 0$ и $q \leq Q$. Равновесная функция предложения в данном случае – это непрерывная монотонная функция, которая удовлетворяет уравнению: $S'(p) = \frac{S(p)}{(p-c)} - d$ до тех пор, пока $S(p)$ не достигнет Q для некоторого p или не достигнет максимума по p, после чего остается постоянной. Общее решение данного уравнения

$$S(p, A) = (p - c)(A - d\ln(p - c)) \tag{7}$$

зависит от константы интегрирования A (см. [5]). Эта функция достигает максимального значения $q(A)$ при $p = p(A) \stackrel{def}{=} c + e^{\frac{A}{d}-1}$ в точке пересечения ее графика с функцией предложения Курно $d(p - c)$. Обратная функция имеет вид $A(q) = d(ln(q) - ln(d) + 1)$. Равновесная цена $\tilde{p}(A, \overline{D})$ в отсутствие ограничения мощности определяется из уравнения $2S(p, A) = \overline{D} - dc$. В этом разделе мы выясним, как множество РФП зависит от максимального значения спроса при $p = c$. Обозначим $D^* = \sup_t \overline{D}((t)) - dc$. Определим функцию $D^*(Q)$, исходя из уравнения $D^* - d(p-c) = 2Q = 2d(p-c)$. Тогда $D^*(Q) = 3Q$. Значение $D^*(Q)$ определяет максимальный параметр функции спроса, для которого в равновесии Курно ограничение мощности не является существенным.

Теорема 1. Если $D^* \geq 3Q$, то единственное РФП в описанной модели соответствует значению $A(Q)$. При этом равновесная заявка имеет вид

$$S^*(p) = \begin{cases} S(p, A(Q)) \text{ при } c \leq p \leq p(A) \\ Q, \text{ при p} \geq p(A). \end{cases} \tag{8}$$

Если $Q < D^* < 3Q$, то для любого $A \in (A(D^*/3), A(Q))$ заявка

$$\overline{S}(p,A) = \begin{cases} S(p,A), p \le p(A) \\ S(p(A),A), p \ge p(A) \end{cases}$$

определяет РФП, и для любого $A \in (A(Q), \overline{A}(D^*))$, где $\overline{A}(D^*)$ определяется из уравнения

$$S(\tilde{p}(A,D^*))(\tilde{p}(A,D^*)) = \frac{(D^*-Q)^2}{4d}, \tag{9}$$

заявка $\overline{\overline{S}}(p,A) = \min\{S(p,A),Q)$ также определяет РФП. Если $D^* < Q$, то при любых заявках ограничение производственной мощности не является активным. В этом случае $\forall A > A(D^*/3)$ заявка $S(p,A)$ определяет РФП. При $A \to \infty$ РФП стремится к равновесию Вальраса.

Доказательство: Два типа возможных равновесных заявок изображены на рис. 1 при $c = 0$.

Поскольку функция $S_C(p)$ лежит выше остаточного спроса на последнем отрезке, то при $p \ge\ q/d$ максимум прибыли достигается при $p = q/d$. На первом отрезке максимум достигается при $\overline{D} - dp = 2S(p,A)$ согласно утверждению 2 из работы [6]. Таким образом, при $D^* \le 3q$ заявка $\overline{S}(p, A(q))$ соответствует РФП.

Заявка второго типа $\overline{\overline{S}}$ соответствует значениям $A > A(Q)$. Определим значения $p_1(A), D_1(A)$, исходя из условия $D_1(A) - dp_1(A) = 2Q = 2S(p_1(A),A)$. Рассмотрим функцию остаточного спроса при $\overline{D} \in (D_1(A), 3Q)$, см. рис. 2.

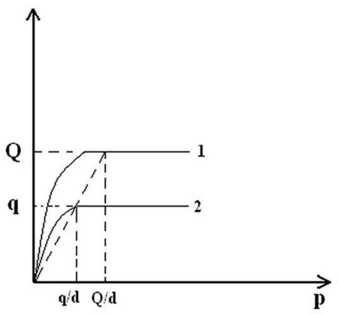

Рис. 1.

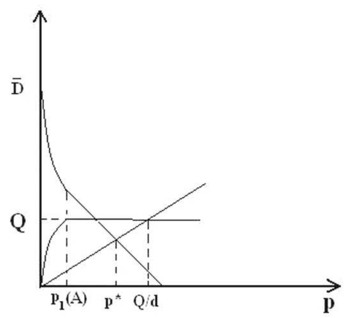

Рис. 2.

Заявка первого типа соответствует значению $A < A(Q)$. Кривая $S(p,A)$ достигает максимума $q < Q$ при $p = q/d$, и далее заявка остается постоянной. Если $D^* > 3q$, то при максимальном значении спроса цена превышает q/d, предложение конкурента в окрестности этой цены постоянное, а наилучший ответ на него определяется функцией предложения Курно $S_C(p) = \min(pd, Q) > q$, то есть указанная заявка не является равновесной в этом случае. Если же $D^* \le 3Q$, то при подаче конкурентом заявки типа 1, функция остаточного спроса имеет вид

$$D^2(p) = \begin{cases} \max(0, \overline{D} - dp - S(p,A)), \text{при } p \le q/d, \\ \max(0, \overline{D} - dp - q), \text{при } p \ge q/d. \end{cases}$$

На отрезке $[0, p_1(A)]$ прибыль возрастает по p. При $p \ge p_1(A)$ ее максимум достигается в точке p^*, где функция остаточного спроса пересекается с функцией предложения Курно: $dp^* = \overline{D} - Q - dp^* \Rightarrow p^* = (\overline{D} - Q)/2d$. В то же время заявке $\overline{\overline{S}}(p,A)$ соответствует цена $p' : \overline{D} - Q - dp' = Q \Rightarrow p' = (\overline{D} - 2Q)/d < p^*$, поскольку $\overline{D} < 3Q$. То есть $\overline{\overline{S}}(p,A)$ не образует РФП, если $D^* \ge D_1(A)$.

При $\overline{D} \in (0, D_1(A))$ остаточный спрос пересекается с $\overline{\overline{S}}(p,A)$ как показано на рис. 3.

На отрезке $[0, p_1(A)]$ максимум прибыли соответствует цене пересечения $\tilde{p}(A, \overline{D})$: $\overline{D} - dp = 2S(p,A)$. При $p \ge p_1(A)$ максимум достигается в $p^* = (\overline{D} - Q)/2d$ если $p^* > p_1(A)$. Однако, при $\overline{D} \le Q + 2dp_1(A)$ последний максимум достигается в $p_1(A)$ и заведомо меньше первого.

Таким образом, при $\overline{D} \le D_2(A)$, где $D_2(A) = Q + 2dp_1(A)$, заявке $\overline{\overline{S}}(p,A)$ соответствует РФП.

Наконец, рассмотрим интервал $(D_2(A), D_1(A))$. При $p \ge p_1(A)$ максимум прибыли составляет $M_1(\overline{D}) = \frac{(\overline{D}-Q)^2}{4d}$, при $p \le p_1(A)$, $M_2(\overline{D}) = S(\tilde{p}(A,\overline{D}))\tilde{p}(A,\overline{D})$. Существует единственное значение $\overline{D}(A) \in (D_2(A), D_1(A))$, для которого эти максимумы совпадают. Действительно, нетрудно проверить, что производная $M_2'(\overline{D}) - M_1'(\overline{D}) = \tilde{p}(A,\overline{D}) - (\overline{D} - Q)/2d$ отрицательна при $\overline{D} = D_1(A)$ и возрастает в данном интервале, то есть отрицательна на нем.

Таким образом, заявка $\bar{\bar{S}}(p, A)$ определяет РФП, если $D^* \leq \overline{D}(A)$. (При $D^* < Q$ ограничение мощности не существенно, утверждение прямо следует из работы [6]). Определяя из уравнения (9) обратную функцию $\overline{A}(\overline{D})$ и учитывая ее монотонность, получим утверждение теоремы.

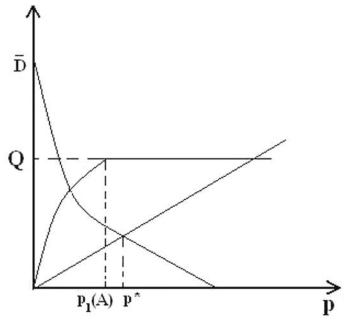

Рис. 3.

5. Динамика наилучших ответов

Рассмотрим динамику наилучших ответов для модели с постоянными предельными издержками и без ограничения производственной мощности ($C(q) = cq, c > 0$). Это частный случай модели, описанной в предыдущем разделе. При этом, функция наилучшего ответа – линейная функция $S(p, \tau) = (p - c)k_\tau$, где коэффициент k_τна шаге τ зависит от коэффициента $k_{\tau-1}$: $k_\tau = d + k_{\tau-1}$. При $\tau \to \infty$ k_τ стремится к бесконечности, что означает сходимость функции наилучшего ответа к функции предложения Вальраса.

Теперь рассмотрим адаптивный механизм для модели с ограничением производственной мощности $q \leq Q$, $i = 1, 2$. Будем считать $c = 0$ (для ненулевых предельных издержек заменим p на $p - c$ в дальнейших уравнениях).

Для модели с вогнутой функцией остаточного спроса заявка, максимизирующая прибыль фирмы, рассчитывается как решение задачи 5. На первом шаге наилучшим ответом на исходную функцию спроса будет:

$$S(p, 1) = \begin{cases} pd, p \leq \frac{Q}{d} \\ Q, p > \frac{Q}{d}. \end{cases} \tag{10}$$

На втором шаге в задаче 5 с функцией остаточного спроса

$$D_2(p) = \max(0, \begin{cases} \overline{D} - 2dp, p \leq \frac{Q}{d} \\ \overline{D} - Q - dp, p > \frac{Q}{d}. \end{cases}) \tag{11}$$

функция предложения Курно имеет вид :

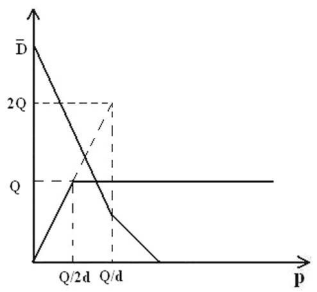

Рис. 4.

$$S(p, 2) = S_C(p, 2) = \begin{cases} 2pd, p \leq \frac{Q}{2d} \\ Q, p > \frac{Q}{2d}. \end{cases} \tag{12}$$

При любых значениях $\overline{D}$ максимум прибыли достигается либо при $p = Q/2d$, либо при $D_2(p) = Q$, то есть дальнейшая динамика зависит от соотношения Q и D^*. Пусть $D^* \leq Q$. На шаге k фирма выбирает свою стратегию, удовлетворяющую остаточный спрос:

$$D_k(p) = \max(0, \overline{D} - kdp). \tag{13}$$

Функция остаточного спроса не имеет изломов, ограничение производственной мощности не существенно для анализа динамики наилучших ответов и результаты, полученные для модели без ограничений производственной мощности, остаются справедливыми. Таким образом, доказано следующее утверждение:

Утверждение 4. Динамика наилучших ответов при $D^* \leq Q$ имеет вид

$$S(p, \tau) = \begin{cases} \tau d(p - c), p < \frac{Q}{\tau d} + c \\ Q, p \geq \frac{Q}{\tau d} + c \end{cases}$$

и сходится к РФП, соответствующему равновесию Вальраса.

Теперь рассмотрим случай, когда $D^* \geq 3Q$. Пусть $c = 0, d = 1$. Тогда на третьем шаге функция наилучших ответов определяется следующим образом – см. рис. 5.

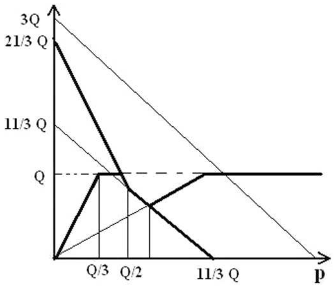

Рис. 5.

При $\overline{D} \leq \frac{7}{3}Q$ $S(p, 3) = \min(3p, Q), 0 \leq p \leq Q/2$. При $\overline{D} > \frac{7}{3}Q$ $S(p, 3) = \min(p, Q), \frac{2}{3}Q \leq p$.

Таким образом, на третьем шаге монотонной функции наилучшего ответа не существует и динамика наилучших ответов не сходится к РФП.

Заключение

Скачкообразное изменение предельных издержек характерно для реальных рынков электроэнергии в связи с ограниченностью мощностей генераторов и наличия генераторов различных типов. Исходя из полученных выше результатов, можно ожидать, что для описанного в [6] аукциона функций предложения стратегии фирм на практике не сойдутся к РФП. Возможно, что устойчивость РФП можно обеспечить, если диапазон изменения случайного параметра $\overline{D}(t), t \in [\underline{t}, \overline{t}]$ разбить на интревалы, предоставляя фирмам возможность выбирать отдельную заявку для каждого такого интервала. Этот вопрос требует дополнительного исследования.

Список литературы

1. Васин А. А. Некооперативные игры в природе и обществе. М.: Макс пресс, 2005. 412 с.

2. Green R., Newbery D. Competition in the British Electricity Spot Market / Journal of political Economy 100, 1992. 929–953 с.

3. Green R., Richard J. The Electricity Contract Market in England and Wales / Journal of Industrial Economics 47, 1997. 107–123 с.

4. Newbery D., David M. Competitions, Contracts and Entry in the Electricity Spot Market, Rand Journal of Economics 29, 1998. 726–749 с.

5. Newbery D. Analitic Solutions for Supply Functions Equilibria: Uniqueness and Stability / EPRG Working paper 0824. 2008

6. Paul D., Klemperer, Margaret A, Meyer Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty / Econometrica 57 (6), 1989. 1243–1277 с.

Рукопись поступила в редакцию 16 апреля 2011 г.