

ДАТЫ. СОБЫТИЯ. ЛЮДИ

УДК 51(09)
ББК В1*Ю. Г. Абакумов*
г. Чита, Россия

Эварист Галуа. К двухсотлетию со дня рождения

Приводятся краткие биографические сведения об Эваристе Галуа. Основное внимание уделено описанию процесса создания теории Галуа и истории освоения математическим сообществом идей Галуа и их дальнейшего развития.

Yu. G. Abakimov
Chita, Russia

Evariste Galois. To Bicentenary Anniversary

Short biographical information about Evariste Galois is given in the article.

Main attention is paid to the description of Galois' theory creation process and the history of learning Galois' ideas and their further development by mathematical society.

В истории математики, да и в истории науки вообще, Эварист Галуа – уникальный пример блистательного гения. Примеры раннего проявления математического таланта известны, может быть, даже не так уж редки. Например, Б. Паскаль (1623–1662) в 16 лет написал работу о конических сечениях, в которой доказал свою знаменитую теорему, А. Клеро (1713–1768) в двенадцатилетнем возрасте выполнил серьезную работу о некоторых кривых четвертого порядка. Каждая эпоха в истории математики знаменуется именами ученых, оказавших решающее воздействие на ее развитие (Декарт, Ньютон, Коши, Гильберт и т. д.). Галуа (1811–1832), погибший в возрасте двадцати лет, безусловно, относится к тем, кто определил одно из генеральных направлений математики XIX–XX вв. Если к этому добавить тот факт, что математическому сообществу потребовалось не мало времени, чтобы понять и освоить идеи Галуа и приступить к их дальнейшему развитию, то утверждение о его уникальности сомнения, думается, уже не вызовет.

Эварист Галуа родился 25 октября 1811 г. в семье высокопоставленного чиновника (впоследствии его отец стал мэром города Бур-ля-Рен). В 1823 г. поступает на обучение в лицей Луи ле Гран (до этого получал лишь домашнее образование). В 14 лет обнаруживаются незаурядные способности к математике. Так, за несколько дней (по некоторым сведениям, за два дня) он осваивает содержание книги Лежандра «Начала геометрии». Далее Галуа берется за двухтомник Лежандра «Теория чисел» и книгу Лагранжа «Решение численных уравнений». В результате он знакомится с некоторыми современными (для того времени) проблемами, еще не получившими решения, в частности, проблемой решения алгебраических уравнений. В дальнейшем, работая над этой проблемой, Галуа получит основные свои результаты. В 1828 г. Галуа переходит в специализированный математический класс лицея. В то время ведущим преподавателем в этом классе был замечательный математик-педагог Луи Поль Эмиль Ришар (1795–1849). Кроме Галуа, его учениками были У. Леверье и Ш. Эрмит. Конечно, Ришар не являлся научным руководителем Галуа (Эварист к тому времени уже в этом не нуждался), но, думается, благодаря Ришару круг чтения Галуа принял

упорядоченный вид. Именно Ришар познакомил Галуа с работами Н. Х. Абеля, в частности, с доказательством неразрешимости в радикалах уравнения 5-й степени, но к тому времени Галуа уже получил этот результат самостоятельно. Галуа изучил и другие работы Абеля, которые произвели на него сильное впечатление. Позднее он напишет в своих заметках: «Я, конечно, не сравниваю себя с этим знаменитым математиком» (речь о Н. Х. Абеле). Определенно написано это искренне, кокетство не в характере Галуа. Вскоре, в 1829 г., Галуа публикует свою первую работу, посвященную периодическим непрерывным дробям. Не исключено, что эта работа сыграла определенную роль, повлияв на отношение к Галуа ведущих французских математиков. В это время Галуа уже получил основные результаты по алгебраическим уравнениям и перед ним встала задача их изложения. В том же 1829 г. он представил в Академию наук работу на эту тему. Началось все неплохо. Работа была представлена на заседании Академии самим О. Коши и направлена на рецензию. Но тут на Галуа обрушивается ряд бед и неудач. Он дважды проваливается на экзамене по математике при поступлении в Политехническую школу, отец Галуа кончает жизнь самоубийством в результате интриг его политических противников и, наконец, представленная Академии работа непонятным образом затерялась. По-видимому, второй провал на вступительном экзамене не обошелся без скандала и путь в Политехническую школу был для Галуа закрыт. В 1829 г. Галуа поступает в Нормальную школу, заведение рангом ниже (по сравнению с Политехнической школой). В 1830 г. опубликованы три работы Галуа, посвященные теории алгебраических уравнений (это – краткие заметки, содержащие формулировки некоторых результатов). В этом же году Галуа вновь представляет работу в Академию. Эту работу направляют Ж.-Б. Фурье, который вскоре неожиданно умирает. Работу опять теряют. С.-Д. Пуассон советует Галуа восстановить рукопись, что он вскоре сделал.

С 1830 г. начинается его активная революционная деятельность. В результате в декабре 1830 г. Галуа был исключен из Нормальной школы, в течение 1831–1832 гг. дважды побывал в тюрьме, наконец, вскоре после второго освобождения погиб на дуэли. Чуть меньше, чем за год до трагедии рецензенты С.-Ф. Лакруа и С.-Д. Пуассон представили в Академию отзыв на работу Галуа. Приведем этот отзыв полностью, он хорошо показывает отношение к Галуа авторитетных французских математиков.

«Г-да Лакруа и Пуассон делают следующее сообщение о мемуаре г-на Галуа об условиях разрешимости в радикалах.

Цель, которую автор поставил себе в этом мемуаре, состоит в доказательстве теоремы, сформулированной следующим образом:

«Чтобы неприводимое уравнение простой степени можно было разрешить в радикалах, необходимо и достаточно, чтобы при некоторых двух известных его корнях остальные корни выражались рационально».

Во всяком случае, мы сделали все от нас зависящее, чтобы понять доказательство г-на Галуа. Его рассуждения не обладают ни достаточной ясностью, ни достаточной полнотой для того, чтобы мы могли судить об их точности, поэтому мы не в состоянии дать о них представление в этом докладе. Автор заявляет, что теорема, составляющая основное содержание его мемуара, является частью общей теории, имеющей много других приложений.

В целом ряде случаев различные части одной и той же теории оказываются взаимно поясняющими друг друга, так что их легче понять вместе, чем по отдельности. Поэтому, прежде чем высказать окончательное мнение, следует подождать, пока автор опубликует свою работу целиком; имеющуюся же пока часть в том виде, в каком она представлена в Академию, мы не можем оценить положительно».

Галуа был раздосадован таким результатом и высказал в адрес рецензентов ряд упреков. Это объясняется как его молодостью, так и обстоятельствами его жизни, о которых мы уже говорили. Объективно говоря, отзыв не закрывает для Галуа путь в науку, скорее наоборот, рецензенты предлагают работать дальше. Можно увидеть, что отношение рецензентов к Галуа вполне серьезное (а ведь Галуа в то время всего лишь студент). Кстати, знакомые с фактами могут сравнить этот отзыв с издевательским отзывом Остроградского на работу Лобачевского.

Так или иначе, но есть основания считать: несмотря ни на что, Галуа продолжал работать над теорией алгебраических уравнений и над другими вопросами. Не прекращал он эти занятия даже находясь в заключении. Однако дать полное и доступное описание своих открытий он так и не успел. В ночь перед роковой дуэлью Галуа в письме к О. Шевалье изложил свои результаты и просил друга запросить заключение у Гаусса и Якоби. Письмо это занимает 12 страниц (а не шестьдесят, как утверждают некоторые) и содержит лишь формулировки результатов, относящихся

к теории алгебраических уравнений, а также к абелевым интегралам и модулярным функциям. 60 страниц занимают все посмертные работы Галуа (см. [1]). Туда, кроме письма, входят еще две работы, обнаруженные О. Шевалье в бумагах Галуа. Шевалье выполнил волю друга и послал работу Галуа Гауссу и Якоби. Ответа не последовало ни от того, ни от другого. Гаусс к тому времени давно уже не занимался вопросами, связанными с решением в радикалах алгебраических уравнений, и был загружен другими работами, Причина молчания Якоби неизвестна. Далее бумаги Галуа попадают к Ж. Лиувиллю. Видимо, Шевалье направил их к нему с целью опубликования в журнале, издаваемом Лиувилем. Посмертные работы Галуа были опубликованы Лиувилем лишь в 1846 г. Дело в том, что Лиувиль собирался опубликовать работы Галуа со своими комментариями. Какое-то время было потрачено на попытку Лиувилля разобраться во всем самому. Затем он провел несколько семинаров по изучению рукописей Галуа. В конце концов, увидев, что опубликование работ Галуа может затянуться на неопределенное время, напечатал их без комментариев. Разобраться в идеях Галуа, дать свое изложение результатов и продвинуться дальше сумели лишь математики нового поколения (Ш. Эрмит (1822–1901), Э. Бетти (1823–1892), К. Жордан (1838–1922), С. Ли (1842–1899) и другие). То, что освоение идей Галуа оказалось сопряженным с такими трудностями, имеет, на наш взгляд, две причины. Во-первых, теория Галуа сама по себе достаточно сложна даже сейчас, когда она получила последовательное и полное изложение. Эта теория не включена в курс алгебры для педагогических университетов (для сравнения, элементы теории относительности преподают в школе, в педуниверситетах преподают элементы геометрии Лобачевского). Во-вторых, изложение Галуа создавало дополнительные сложности. Думается, со временем он изложил бы свои идеи в доступной форме, но судьба не дала ему этого времени.

Задача, над которой работал Галуа, имеет давнюю историю. Поиск решений алгебраических уравнений берет начало в древности. Квадратные уравнения умели решать в Вавилоне и Греции. В средневековой Европе нашли алгоритм решения в радикалах уравнений 3-й степени (Н. Тарталья (1500–1557), Д. Кардано (1501–1576)) и 4-й степени (Л. Феррари (1522–1565)). Галуа, не зная о результате Абеля, занялся задачей решения уравнений 5-й степени и выше 5-й. По некоторым сведениям, он первоначально сделал ошибку и доказал, как ему казалось, что уравнение 5-й степени имеет решение в радикалах (известно, что такую же ошибку совершил первоначально и Абель). Галуа вскоре обнаружил свою ошибку. Примерно в это же время он ознакомился с результатом Гаусса, который явился исходным моментом в дальнейших исследованиях Галуа. Указание на влияние Гаусса можно найти в работах Галуа (см., например, [1, с. 50, 51]). Гаусс, напомним, решил вопрос о том, какие двучленные уравнения разрешимы в квадратичных радикалах. Галуа дал критерий разрешимости в радикалах алгебраических уравнений простой степени. Трудность освоения его теории объясняется тем, что он вводит новые достаточно сложные понятия. Вопрос о разрешимости уравнения связывается со свойствами специальной группы (впоследствии названной группой Галуа уравнения). Это – группа автоморфизмов некоторого поля, причем в определении поля фигурируют корни уравнения. Может показаться, что критерий чисто формальный и не работающий (для его применения нужно уже знать корни). Но Галуа доказал, что группа уравнения изоморфна некоторой группе подстановок, определенной на перестановках из p элементов, где p – степень уравнения, а эту группу можно определять и не зная корней. Построение группы Галуа в конкретных случаях – не простая задача. К настоящему времени разобран случай трехчленных уравнений 5-й степени (см. [2], про другие результаты сведений не имею).

Публикация Лиувилем работ Галуа, безусловно, ускорило освоение его идей. В 1853 г. Э. Бетти изложил теорию Галуа и дал первое полное доказательство ряда теорем. При этом важное значение для освоения и развития идей Галуа имели работы Коши по теории перестановок (40-е гг.). Решающим событием явилась публикация 700-страничной монографии Жордана «Трактат о перестановках и алгебраических уравнениях» (1870 г.). Именно по этой книге изучали теорию Галуа С. Ли и Ф. Клейн (об истории освоения идей Галуа см., например, [3, 4]).

Безусловно, теория Галуа – величественный памятник человеческому интеллекту. Но главное значение открытий Галуа не в результатах, а в разработанных методах. Галуа ввел такие важные понятия, как группа, подгруппа, нормальный делитель, поле, расширение поля (сам термин «группа» впервые появился в работах Галуа). Освоение и развитие идей Галуа изменило лицо алгебры, в результате она приняла современный вид. Именно идеи Галуа положили начало важному разделу современной алгебры – теории групп. Методы теории групп получили распространение за пределами алгебры: в анализе дифференциальных уравнений, в кристаллографии, в квантовой механике.

Список литературы

1. Галуа Э. Сочинения Э. Галуа. М.-Л.: ОНТИ, 1936. 342 с.
2. Постников М. М. Теория Галуа. М.: Гос. Изд-во физ-мат. литературы, 1963. 219 с.
3. Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. М.: Наука, 1978. 256 с.
4. Полицук Е. М. Софус Ли 1842–1899. Л.: Наука, 1983. 213 с.

Рукопись поступила в редакцию 15 апреля 2011 г.