

УДК 624.139

DOI: 10.21209/2658-7114-2019-15-3-102-116

Илья Иосифович Железняк,¹

доктор технических наук,

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID: 0000-0002-5080-8804

Игорь Александрович Ивин,²

инженер,

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID: 0000-0003-3557-4066

Александр Александрович Гурулев,³

кандидат физико-математических наук,

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID 0000-0003-2232-3583

Термоупругая модель криогенного пучения грунта в условиях юга криолитозоны

На основе анализа результатов экспериментально-теоретических исследований криогенного пучения грунтов обоснована возможность использования теории термоупругости для моделирования напряжённо-деформированного состояния сезонно мёрзлого слоя тонкодисперсного грунта. Представлено решение задачи о математическом моделировании криогенного пучения грунта с известными начальными и граничными условиями. Решение базируется на использовании уравнений связной теории термоупругости. За основной физический критерий изменения напряженно-деформированного состояния принято изменение естественной влажности грунта. Учёт теплопереноса в предложенной модели осуществляется через коэффициент линейного расширения грунта при пучении. Цель исследования состоит в разработке методики расчёта величин усилий и перемещений грунта, воздействующих на фундаменты сооружений различного назначения.

¹ И. И. Железняк: основной автор, является организатором исследования, формулирует концепцию статьи, проводит анализ данных, формулирует выводы.

² И. А. Ивин: проводит совершенствование термоупругой методики расчета криогенного пучения.

³ А. А. Гурулев: осуществляет расчет деформаций и напряжений криогенного пучения по натурным данным.

Ключевые слова: сезонно-талый грунт, криогенное пучение, напряжения, деформации, термоупругость

Введение. В криолитозоне Земли на территории России, США, Канады, Китая распространено такое явление, как криогенное пучение тонкодисперсных грунтов, которое выражается в их внутриобъемном деформировании с увеличением объема за счет замерзания поровой воды и образования льда, вызванным сезонным или многолетним промерзанием [9]. Результаты многолетних экспериментально-теоретических исследований криогенного пучения дисперсных грунтов в различных природных условиях, связанные в первую очередь с проблемами строительства, достаточно полно представлены в обобщающих научных монографиях [4; 5; 10–13] и тематических публикациях отечественных, а также зарубежных авторов [18; 19; 21]. Они указывают на сложность многомерной зависимости криогенного пучения промерзающего сезонноталого слоя многолетнемерзых дисперсных грунтов от условий его энерго- и массообмена с внешней средой, а также многофакторность процессов внутри самого грунтового массива. Это представляет существенные трудности создания адекватных криогенному пучению грунта физических моделей. Если, кроме того, ставить задачу о создании математической модели, с наибольшей полнотой описывающей все особенности одновременно протекающих в грунтах процессов промерзания, миграции влаги, образования льда, теплообмена, то окажется, что такая задача невыполнима. В частности, это относится к территориям юга криолитозоны, в том числе Забайкалья, отличающимся глубоким сезонным промерзанием талых грунтов и глубоким сезонным оттаиванием-промерзанием высокотемпературных многолетнемерзлых грунтов, достигающих 4,0 м, где совокупность процессов криогенеза имеет существенные региональные особенности.

Поэтому целесообразно сузить задачу и ставить ее, например, для конкретной категории грунтов, фиксированного распределения влажности и температуры. Такая задача представляется решаемой. Следует отметить, что для ее решения существенное значение имеют результаты экспериментально-теоретических исследований и моделирования криогенного пучения грунтов [1–3; 16; 17; 22].

Представим решение задачи о математическом моделировании криогенного пучения глубоко промерзающего слоя грунта с известными начальными и граничными условиями с учетом конкретных природных и инженерно-геологических характеристик. Преимуществом подобных частных моделей является возможность проверки их точности сопоставлением с данными натурных измерений на конкретных участках.

В основу именно такого подхода легли результаты наших натурных экспериментальных исследований [5; 10; 13], позволяющие предложить расчетную модель напряженно-деформированного состояния промерзающего талого и сезонно-талого слоя многолетнемерзлого дисперсного грунта, основанную на аналогии с некоторыми положениями теории термоупругости.

На принципиальную возможность использования теории термоупругости в задачах, связанных с криогенными процессами, указывал в своё время Ю. К. Зарецкий: «Определение напряжённого поля, вызванного пучением грунта, имеет математическую аналогию с задачами температурных напряжений» [6]. Однако эта возможность не была реализована, что, вероятно, объяснялось недостаточной изученностью особенностей термического режима грунта.

Теоретическое обоснование. Рассмотрим некоторые свойства уравнений связанный теории термоупругости включающей одновременно уравнения упругости и теплопроводности. Деформации тела, обусловленные изменением его температуры, представляют собой частный случай вынужденных деформаций.

Рассмотрим элемент упругого тела (например, грунта), находящегося в однородном состоянии простого растяжения (рис. 1). Компоненты напряжений σ при отсутствии массовых сил подчиняются, как известно, дифференциальным уравнениям равновесия:

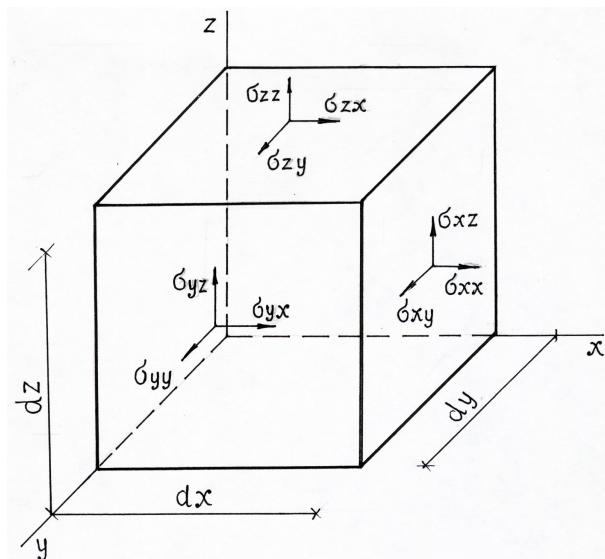


Рис. 1. Элементарный объём упругого тела в условиях простого растяжения

Fig. 1. Elementary volume of an elastic body under simple tension

При этом $\sigma_{ki} = \sigma_{ik}$.

Обозначив перемещения элементарного объёма по соответствующим осям U_x, U_y, U_z , относительные деформации удлинений (сдвигов) запишем в виде

$$2\varepsilon_{ik} = 2\varepsilon_{ki} = \frac{\partial U_k}{\partial i} + \frac{\partial U_i}{\partial k}. \quad (1)$$

Компоненты деформации связаны между собой дифференциальными соотношениями – условиями совместимости.

При изменении температуры тела на величину T , являющуюся в общем случае функцией координат и времени, каждый элементарный кубик, подобный показанному на рис. 1, не встречая сопротивления со стороны соседних таких же элементарных

кубиков, получил бы чисто тепловое расширение. Для идеального случая изотропного тела такое расширение характеризуется следующими компонентами тензора температурной деформации:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^{(T)} &= \varepsilon_{yy}^{(T)} = \varepsilon_{zz}^{(T)} = \alpha T, \\ \varepsilon_{xy}^{(T)} &= \varepsilon_{yz}^{(T)} = \varepsilon_{zx}^{(T)} = 0,\end{aligned}\quad (2)$$

где α – коэффициент теплового расширения.

В сплошном теле свободные деформации элементарных объёмов затруднены; возникающие при этом температурные напряжения подчиняются обобщённому закону Гука

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \mu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]; & \varepsilon_{xy}^y &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})]; & \varepsilon_{yz}^y &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})]; & \varepsilon_{xz}^y &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}; & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G};\end{aligned}\quad (3)$$

$$2G = \frac{E}{1 + \mu},$$

где μ – коэффициент Пуассона. Обозначив $S = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$, получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{xx} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{yy} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{zz} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}.\end{aligned}\quad (4)$$

Поскольку полная деформация складывается из температурных деформаций (3) и деформаций (5). Окончательный вид выражений будет

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{xx} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{yy} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{2G} \left[\sigma_{zz} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{zx} &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}.\end{aligned}\quad (5)$$

Уравнение (6) можно представить через соотношение между суммой нормальных напряжений $S = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$ и объёмным расширением $e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$, так:

$$e = \frac{1 - 2\mu}{1 + \mu} \frac{S}{2G} + 3\alpha T. \quad (6)$$

Выразим из уравнений (6) и (7) напряжения через деформации:

$$\sigma_{ik} = 2G \left[\varepsilon_{ik} + \frac{\mu}{1-2\mu} e - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha T \right]. \quad (7)$$

Здесь $\delta_{ik} = 0$, если $i \neq k$; $\delta_{ik} = 1$, если $i = k$, т. е. при $i = k = x$ $\sigma_{xx} = 2G \left[\varepsilon_{xx} + \frac{\mu}{1-2\mu} e - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha T \right]$; при $i = x; k = y$ $\sigma_{xy} = 2g\varepsilon_{xy}$ и т. д.

Для решения уравнений (8) находим производные по k :

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial k} = 2G \left[\frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial k} + \frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial k} \delta_{ik} - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial k} \delta_{ik} \right], (k = x; y; z). \quad (8)$$

Так как из (2) следует, что $\varepsilon_{ki} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_k}{\partial i} + \frac{\partial U_i}{\partial k} \right]$, то

$$\sum_k \frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial k} = \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 U_i}{\partial i \partial k} + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 U_k}{\partial k^2} = \frac{1}{2} \nabla^2 U_i + \frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial i}, \quad (9)$$

где $\nabla^2 U_i$ – оператор Лапласа.

Поскольку при $k \neq i$ $\delta_{ik} = 0$, а при $k = i$ $\delta_{ik} = 1$, то $\frac{\mu}{1-2\mu} \sum \frac{\partial e}{\partial k} \delta_{ik}$ и $\frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \sum \frac{\partial T}{\partial k} \delta_{ik}$ принимают соответственно значения $\frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial i}$; $\frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i}$.

Для выражения (9) справедливы уравнения равновесия (1); кроме того, с помощью (9) получаем для перемещений систему трёх уравнений с тремя неизвестными в частных производных

$$\nabla^2 U_i + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial i} - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i} = 0, \quad (10)$$

где, например, при $i = x$

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{1}{(1-2\mu)} \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{2(1+\mu)}{(1-2\mu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial x}.$$

В уравнении (11) член $\frac{2(1+\mu)}{(1-2\mu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial x}$ занимает место компонента объёмных сил в общих уравнениях равновесия, а члены $\nabla^2 U_i$; $\frac{1}{(1-2\mu)} \frac{\partial e}{\partial x}$ занимают места компонент поверхностных сил. Перемещения U_{xx} ; U_{yy} ; U_{zz} , вызываемые изменением температуры ∂T , совпадают с перемещениями, вызываемыми объёмными силами:

$$X = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad Y = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial y}; \quad Z = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial z}; \quad (11)$$

при поверхностном равномерно распределенном давлении:

$$p = \frac{\alpha E \Delta T}{1-2\mu}. \quad (12)$$

Таким образом, температурные напряжения должны удовлетворять уравнениям равновесия и соответствующим граничным условиям. Вводя величину термоупругого

потенциала перемещений Φ , такого, что $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$, приводим к виду:

$$\frac{1-\mu}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial i} \nabla \Phi - \frac{1-\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i} = 0. \quad (13)$$

Уравнение (14) будет удовлетворяться, если положить

$$\nabla \Phi = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha \Delta T, \quad (14)$$

т. е. если Φ удовлетворяет уравнению Пуассона. Выражение $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$ является ничем иным, как компонентами перемещений; в соответствии с (2) деформации будут:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}; & \varepsilon_{zx} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x}, \end{aligned} \quad (15)$$

а на основании (8) соответствующие им составляющие напряжений

$$\sigma_{ik} = 2G \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial i \partial k} - \nabla^2 \Phi \delta_{ik} \right], \text{ т. е.}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -2G \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]; & \sigma_{xy} &= 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}; \\ \sigma_{yy} &= -2G \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]; & \sigma_{yz} &= 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z}; \\ \sigma_{zz} &= -2G \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right]; & \sigma_{zx} &= 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x}. \end{aligned} \quad (16)$$

Компоненты перемещений $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$, деформаций (16) и напряжений (17) могут быть найдены, если разрешить относительно Φ уравнение Пуассона (15). Общее решение такого уравнения:

$$\Phi = -\frac{(1+\mu)\alpha}{4\pi(1-\mu)} \iiint T(\xi, \eta, \varphi) \frac{1}{r'} d\xi d\eta d\varphi, \quad (17)$$

где $T(\xi, \eta, \varphi)$ – температура в точке с координатами ξ, η, φ ; r' – расстояние между этой точкой и другой точкой.

Очевидно, что интегрирование по объёму в соответствии с (18) связано со значительными вычислительными трудностями [7], однако современными компьютерными технологиями она решаема.

В связи с этим рассмотрим частное решение уравнения (15). Покажем, что любую задачу термоупругости можно свести к задаче о напряжённо-деформированном состоянии того же тела при постоянной температуре без объёмных сил.

Для обоснования аналогии между задачей термоупругости и предлагаемой нами моделью пучения заметим, что в первой из них находятся зависимости между

напряжениями, деформациями и температурой, что мы и показали ранее. Процесс пучения также связан с процессами теплопереноса в массиве грунта, приводящими к промерзанию СТС, и фазовым переходом воды. При этом неизбежно возникновение и действие внутренних объёмных сил за счёт образования порового льда. Именно в этом месте просматривается возможность утверждать об аналогии этого процесса с поведением тела при изменении его температуры. «В нагретом теле возникают такие же перемещения и деформации, как и в ненагретом теле той же формы и материала, если на ненагретое тело действуют эквивалентные объёмные силы, определяемые выражениями (12) и эквивалентные поверхностные нагрузки, определяемые (13) для той части граничной поверхности, где заданы поверхностные нагрузки; на части граничной поверхности, где заданы перемещения, условия для перемещений должны быть одинаковыми» [14].

Поэтому для криогенного пучения грунта введём понятие функции «потенциала перемещений пучения» Φ' такой, что

$$U_x = \frac{\partial \Phi'}{\partial x}; \quad U_y = \frac{\partial \Phi'}{\partial y}; \quad U_z = \frac{\partial \Phi'}{\partial z}. \quad (18)$$

Величина Φ' непосредственно механического смысла не имеет (по аналогии с термоупругим потенциалом перемещений). Эту величину можно назвать дополнительной работой [14], если функция вида $U = \int \sigma d\varepsilon$ представляет собой заштрихованную площадь на рис. 2, то Φ' дополняет её до площади со сторонами σ и ε .

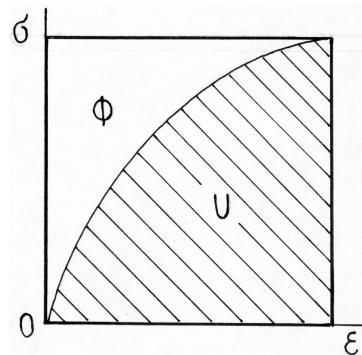


Рис. 2. График зависимости растяжений и деформаций упругого тела

Fig. 2. The dependence of tensile and deformation of an elastic body

Развивая термодинамический подход к задаче пучения, по аналогии с (14) и (15) запишем:

$$\nabla^2 \Phi' = \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \beta \Delta W(z). \quad (19)$$

В (20) коэффициент β определим как коэффициент линейного расширения (сжатия) грунта при пучении (осадке) и придадим ему значение, равное относительному увеличению (уменьшению) объёма грунта при изменении его суммарной влажности на 1 % по сравнению с первоначальной для данного массива. Входящая в (20) функция вида $\Delta W = \Delta W(z)$ есть функция изменения влажности промерзающего (оттавивающего) грунта за счёт миграции.

Если функция Φ' определена таким образом, то решение задачи о напряжённо-деформированном состоянии сводится к нахождению компонент напряжений через составляющие перемещений по (19).

Рассмотрим способ определения введённой в выражение (20) функции $\Delta W(z)$. Деформации пучения проявляют себя с начала процесса кристаллообразования льда в грунте определённой, или критической влажности $W_c r$ [15]. Она определяется расчётом. В предлагаемой нами модели за начальную влажность также принимаем значение $W_c r$, а величины $\Delta W(z)$ будем находить как разности значений суммарной влажности $W(z)$ на данной глубине СТС в определённый период промерзания и критической влажности $W_c r$. В общем случае задача усложняется из-за необходимости определения количества миграционной влаги. В наших примерах расчётов, приведенных далее, мы использовали данные натурных экспериментальных исследований и тем самым обошли указанную трудность.

Очевидно, что в (20) функция $\Delta W(z)$ формально описывает массообменные процессы обмена влаги между равными горизонтами. Если рассматривать характер изменения этой функции лишь в направлении вертикальной координаты, в том же направлении будет иметь место наложение на массоперенос и температурного фактора. Мы полагаем возможным ввести учёт теплопереноса при промерзании в данной модели через параметр β . В этом случае коэффициент линейного расширения грунта при пучении можно задавать в виде конкретных значений для различных литологических разностей грунтов и разных значениях температурного градиента, например в соответствии с исследованиями [20]. Подставляя численные значения β , определяемые опытным путём, в соответствующие расчётные формулы, приходим к простому виду выражения (20) и получаем на его основе зависимостям для компонент напряжений и деформаций. В дальнейшем параметру β будем придавать одинаковые значения для промерзания (пучения) и оттаивания (осадки) одного и того же типа грунта, но из-за разнонаправленности в эти сезонные периоды процессов тепло- и массообмена учёт знака напряжений и деформаций будем осуществлять по знаку функции $\Delta W(z)$: если $\Delta W(z) > 0$ – идёт пучение; если $\Delta W(z) < 0$ – осадка.

Напряжения в любой точке за счет протекания процесса пучения находятся из формул (20) и (17); если W не зависит от координат x и y . При этом соответствующие компоненты тензора напряжений принимают вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -2G \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} = -2G \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(z) = -\frac{E\beta}{1-\mu} \Delta W(z); \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{xx} = -\frac{E\beta}{1-\mu} \Delta W(z).\end{aligned}\quad (20)$$

Из (17) также следует, что $\sigma_{zz} = 0$.

Вертикальная деформация ε_{zz} пучения определяется по аналогии с (6) при условии, что $\sigma_{zz} = 0$. Тогда, с помощью (21)

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\mu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \beta \Delta W(z) = -\frac{\mu}{E} \left(\frac{-2E\beta}{1-\mu} \Delta W(z) \right) - \beta \Delta W(z) = \frac{1+3\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(z). \quad (21)$$

Вместе с тем необходимо учесть напряжения от действия собственного веса:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^\gamma &= -\sigma_{yy}^\gamma = -\lambda\gamma z; \\ \sigma_{zz}^\gamma &= -\gamma z,\end{aligned}\quad (22)$$

где $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$; γ – удельный вес [8].

В итоге суммарные величины напряжений определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^\Pi = \sigma_{xx} + \sigma_{xx}^\gamma + \sigma_{xx}^t \\ \sigma_{yy}^\Pi = \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^\gamma + \sigma_{yy}^t \\ \sigma_{zz}^\Pi = \sigma_{zz} + \sigma_{zz}^\gamma. \end{cases}\quad (23)$$

Исходя из этого и принимая во внимание (22), получаем уравнения для определения величины пучения:

$$h_f = -\frac{1+3\mu}{1-\mu}\beta \int_0^h \Delta W(z)dz. \quad (24)$$

Нормальная сила морозного пучения, отнесённая к единице площади горизонтальной плоскости (нормальные напряжения), определяется мощностью слоя, промёрзшего после выделенной плоскости:

$$\sigma_H = \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{zz} dz, \quad (25)$$

где h_1 – глубина выделенной плоскости, в которой определяется нормальная сила; h_2 – текущая координата фронта промерзания.

Удельные касательные силы пучения (т. е. силы, соотнесённые с единицей площади, выделенной вертикальной плоскости) выражаются интегрированием касательных напряжений (17) по глубине слоя промерзания:

$$\begin{aligned}T_{xz} &= \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{xz} dz \\ T_{yz} &= \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{yz} dz,\end{aligned}\quad (26)$$

где $0 \leq h_1 \leq h_2$.

Таким образом, определяемые по (25) величины перемещений и по (26), (27) силовые факторы являются заключительными показателями расчёта собственно криогенного процесса.

В заключение следует отметить, что предложенный метод определения напряжённо-деформированного состояния глубоко промерзающих пород представляется эффективным для использования в практике инженерно-геологических изысканий и проектирования сооружений в условиях юга криолитозоны, так как он позволяет дать достоверную прогнозную оценку проявления криогенных процессов на вновь осваиваемых территориях, а также произвести инженерные расчёты величин усилий и перемещений действующих на реальное сооружение. При этом очевид-

но, что во втором случае требуется существенная детализация исходной информации для реализации термоупругой модели с использованием упрощений и эмпирических соотношений, представленных В. О. Орловым и другими в известных публикациях [10; 12; 15], которыми пользуется широкий круг специалистов в практической и исследовательской деятельности.

Работоспособность представленной модели подтверждена примером расчёта, удовлетворяющим требованиям, предъявляемым к решениям инженерных задач при проектировании объектов капитального строительства в условиях юга криолитозоны и в других регионах с подобными природными условиями.

Рассмотрим пример расчёта деформаций и напряжений криогенного пучения пород в естественных условиях залегания на опытном полигоне в районе г. Читы [13].

Определяющим фактором в представленной термоупругой модели криогенного пучения является изменение естественной влажности грунтов в результате её криогенной миграции (и фильтрации в при оттаивании сезонномёрзлого слоя) в поровом пространстве. Функциональная зависимость влажности пород в предзимний период $W_I(z)$ от глубины слоёв z аппроксимируется с помощью метода наименьших квадратов

$$W_I(z) = 0,128 - 0,094z + 0,049z^2 - 0,034z^3,$$

где $W_I(z)$ – в долях единицы; z – в метрах.

К началу периода оттаивания закон распределения влажности по глубине промёрзшего слоя имеет вид:

$$W_{III}(z) = 0,104 - 0,008z + 0,242z^2 - 0,093z^3.$$

Функция изменения влажности $\Delta W(z)$ промерзающей породы за счёт миграции влаги численно определена следующим образом:

$$\Delta W(z) = W_{III}(z) - W_I(z) \Delta W(z) = -0,024 - 0,102z + 0,193z^2 - 0,059z^3.$$

Выходим на величину пучения дневной поверхности пород за сезон промерзания на основании

$$h_{\text{пуч}} = \frac{1+3\mu}{1-\mu} \beta \int_0^h \Delta W(z) dz = \frac{1+3\mu}{1-\mu} \beta \int_0^h (-0,024 - 0,102z + 0,193z^2 - 0,059z^3) dz.$$

Полагая в последнем выражении $\mu = 0,3$; $\beta = 0,77$; $E = 100$ МПа; $z = 2$ м, получим:

$$h_{\text{пуч}} = -\frac{0,77 \cdot 1,9}{0,7} (-0,048 - 0,204 + 0,515 - 0,236) = 0,056 \text{ м} = 5,6 \text{ см.}$$

Фактическое перемещение дневной поверхности по результатам замеров на опытном полигоне составило 4,4 см.

Определим также компоненты тензора напряжений $\sigma_{xx}; \sigma_{yy}; \sigma_{zz}$ на глубинах 0, 1,0 и 2,0 м:

а) $z = 0$;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024) = 2,64 \text{ кг/см}^2;$$

б) $z = 1.0$;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024 - 0,102 + 0,193 - 0,059) = -0,88 \text{ кг/см}^2;$$

в) $z = 2.0$;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024 - 0,102 \cdot 2 + 0,193 \cdot 4 - 0,059 \cdot 8) \cdot \frac{0,77}{0,7} = -7,92 \text{ кг/см}^2.$$

Знак «-» у численного значения величины горизонтальных напряжений указывает на то, что под действием пучения промерзающего массива на данном горизонте грунт сжат.

Очевидно, что смена знака горизонтальных напряжений происходит при $\Delta W(z) = 0$, т. е. на горизонте постоянной естественной влажности грунта.

Выводы.

1. Предложено решение задачи о моделировании криогенного пучения сезонно мёрзлого слоя тонкодисперсного грунта с использованием теории термоупругости, основанной на представлении об аналогии процесса криогенного пучения с деформированием нагреваемого тела.

2. За основной физический критерий изменения напряжённо-деформированного состояния принято изменение естественной влажности грунта. Связь этого параметра с характеристиками напряжённо-деформированного состояния грунта осуществлена через потенциал перемещений пучения Φ .

3. Учёт теплопереноса в предложенной модели осуществляется через коэффициент линейного расширения грунта при пучении.

Список литературы

1. Абжалимов Р. Ш. Механическая модель взаимодействия морозоопасного грунтового основания с фундаментом // Геотехника. 2010. № 3. С. 28–34.
2. Гольдштейн М. Н. О боковом давлении грунта в состоянии покоя // Основания и фундаменты. Киев: Будевильник, 1984. Вып. 17. С. 16–22.
3. Гречищев С. Е., Чистотинов А. В., Шур Ю. Л. Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. М.: Наука, 1984. 229 с.
4. Ершов Э. Д., Лебеденко Ю. П., Брушков А. В. Механизм и динамика развития деформаций и напряжений в промерзающих породах. Деформации и напряжения в промерзающих и оттаивающих породах. М.: Изд-во МГУ, 1985. 168 с.
5. Железняк И. И., Саркисян Р. М. Методы управления сезонным промерзанием грунтов в Забайкалье. Новосибирск: Наука, 1987. 119 с.
6. Зарецкий Ю. К. Приближённый метод расчёта сил нормального пучения // Материалы VIII Всесоюзного межведомственного совещания по геокриологии. Якутск. 1966. Вып. 8. С. 251–259.
7. Кудинов В. А., Карташов Э. М., Калашников В. В. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2005. 430 с.

8. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М.: Высш. шк., 1968. 213 с.
9. Орлов В. О. Криогенное пучение тонкодисперсных грунтов. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 185 с.
10. Орлов В. О., Ёлгин Б. Б., Железняк И. И. Морозное пучение грунтов в расчётах оснований сооружений. Новосибирск: Наука, 1987. 133 с.
11. Орлов В. О., Ким В. Х. Оценка давления морозного пучения пород на шахтную крепь. Проблемы горного производства Восточной Сибири. Новосибирск: Наука, 1991. С. 45–54.
12. Орлов В. О., Дубнов Ю. Д., Меренков Н. Д. Пучение промерзающих грунтов и его влияние на сооружения. М.: Стройиздат, 1977. 181 с.
13. Орлов В. О., Железняк И. И., Филиппов В. Д., Фурсов В. В. Пучинистые грунты как основания сооружений. Новосибирск: Наука, 1991. 130 с.
14. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твёрдых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
15. Рекомендации по проектированию и расчёту малозаглубленных фундаментов на пучинистых грунтах. М.: НИИОСП, 1985. 60 с.
16. Рудых О. Л. Уточнение уравнений связи между напряжениями и деформациями в механике мёрзлых горных пород // Геотехнические исследования для транспортных сооружений Сибири. Новосибирск, 1985. С. 25–28.
17. Сенук Д. П. Измерение напряжений в породах месторождений Севера. Новосибирск: Наука, 1983. 192 с.
18. Hou S. The analysis of temperature and displacement coupling in freeze-thaw process of soil // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vol. 97–98. P. 192–198.
19. Luo J., Tang L., Ling X., Geng L. Experimental and analytical investigation on frost heave characteristics of an unsaturated moderately expansive clay // Cold Regions Science and Technology. 2018. Vol. 155. P. 343–353.
20. Merzlyakov V. P., Rudykh O. L. On the coefficient of temperature expansion of frozen soils // Soil mechanics and foundation engineering. 2010. Vol. 47, Is. 5. P. 180–1800.
21. Zhang X., Liu G., Luan M., Yanshilixue Yu. Testing research on freezing-thawing character and structural evolvement regularity during freezing-thawing process of aeolian soil in western area of liaoning province // Gongcheng Xuebao / Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering. Vol. 27, Is. SUPPL. P. 2946–2952.
22. Zheleznyak I. I., Ivin I. A. Experimental and theoretical justification of designing a cable line exposed to cryogenic cracking // Soil mechanics and foundation engineering. 2018. Vol. 55, Is. 4. P. 284–290.

Статья поступила в редакцию 21.03.2020; принята к публикации 24.04.2020.

Библиографическое описание статьи

Железняк И. И., Ивин И. А., Гурulev A. A. Термоупругая модель криогенного пучения грунта в условиях юга криолитозоны // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 102–116. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-102-116.

Ilya I. Zheleznyak,¹

Doctor of Technical Sciences,

Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology

Siberian Branch, Russian Academy of Sciences

(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID: 0000-0002-5080-8804

Igor A. Ivin,²

Scientific Employee,

Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology

Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,

(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID: 0000-0003-3557-4066

Aleksandr A. Gurulev,³

Candidate of physical and mathematical sciences,

Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology

Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,

(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),

e-mail: lgc255@mail.ru

ORCID 0000-0003-2232-3583

Thermoelastic Model of Cryogenic Heaving of Finely Dispersed Soil

Based on the analysis of the results of experimental-theoretical studies of cryogenic heaving of soils, the possibility of using the theory of thermoelasticity to simulate the stress-strain state of a seasonally frozen layer of finely dispersed soil is substantiated. The solution of the problem of mathematical modeling of cryogenic heaving of soil with known initial and boundary conditions is presented. The solution is based on the use of the equations of the associated theory of thermoelasticity. The change in the natural soil moisture is taken as the main physical criterion for the change in the stress-strain state. The heat transfer in the proposed model is taken into account through the linear expansion coefficient of the soil during heaving. The purpose of the study is to develop a methodology for calculating the magnitude of the forces and displacements of the soil that affect the foundations of structures for various purposes.

Keywords: seasonally thawed soil, cryogenic swelling, stresses, deformations, thermoelasticity

Translit

1. Abzhalimov R. SH. Mekhanicheskaya model' vzaimodejstviya morozopasnogo gruntovogo osnovaniya s fundamentom // Geotekhnika. 2010. № 3. S. 28–34.

¹ I. I. Zheleznyak – the main author, is the organizer of the study, formulates the concept of the article, analyzes data, formulates conclusions.

² I. A. Ivin – Improves thermoelastic methods for calculating cryogenic heaving.

³ A. A. Gurulev – Calculates deformations and stresses of cryogenic heaving according to field data.

2. Gol'dshtejn M. N. O bokovom davlenii grunta v sostoyanii pokoya // Osnovaniya i fundamenti. Kiev: Budevil'nik, 1984. Vyp. 17. S. 16–22.
3. Grechishchev S. E., CHistotinov A. V., SHur YU. L. Osnovy modelirovaniya kriogennyh fiziko-geologicheskikh processov. M.: Nauka, 1984. 229 s.
4. Ershov E. D., Lebedenko YU. P., Brushkov A. V. Mekhanizm i dinamika razvitiya deformacij i napryazhenij v promerzayushchih porodah. Deformacii i napryazheniya v promerzayushchih i ottaivayushchih porodah. M.: Izd-vo MGU, 1985. 168 s.
5. ZHeleznyak I. I., Sarkisyan R. M. Metody upravleniya sezonnym promerzaniem gruntov v Zabajkal'e. Novosibirsk: Nauka, 1987. 119 s.
6. Zareckij YU. K. Priblizhyonnyj metod raschyoata sil normal'nogo pucheniya // Materialy VIII Vsesoyuznogo mezhvedomstvennogo soveshchaniya po geokriologii. YAkutsk. 1966. Vyp. 8. S. 251–259.
7. Kudinov V. A., Kartashov E. M., Kalashnikov V. V. Analiticheskie resheniya zadach teplomassoperenosha i termouprugosti dlya mnogoslojnyh konstrukcij: ucheb. posobie dlya vuzov. M.: Vyssh. shk., 2005. 430 s.
8. Maslov N. N. Osnovy mekhaniki gruntov i inzhenernoj geologii. M.: Vyssh. shk., 1968. 213 s.
9. Orlov V. O. Kriogennoe puchenie tonkodispersnyh gruntov. M.: Izd-vo AN SSSR, 1962. 185 s.
10. Orlov V. O., YOlgin B. B., ZHeleznyak I. I. Moroznoe puchenie gruntov v raschyoatah osnovaniy sooruzhenij. Novosibirsk: Nauka, 1987. 133 s.
11. Orlov V. O., Kim V. H. Ocenka davleniya moroznogo pucheniya porod na shahtnyu krep'. Problemy gornogo proizvodstva Vostochnoj Sibiri. Novosibirsk: Nauka, 1991. S. 45–54.
12. Orlov V. O., Dubnov YU. D., Merenkov N. D. Puchenie promerzayushchih gruntov i ego vliyanie na sooruzheniya. M.: Strojizdat, 1977. 181 s.
13. Orlov V. O., ZHeleznyak I. I., Filippov V. D., Fursov V. V. Puchinistye grunty kak osnovaniya sooruzhenij. Novosibirsk: Nauka, 1991. 130 s.
14. Rabotnov YU. N. Elementy nasledstvennoj mekhaniki tvyordyh tel. M.: Nauka, 1977. 384 s.
15. Rekomendacii po proektirovaniyu i raschytu malozaglublennyh fundamentov na puchinistyh gruntah. M.: NIIOSP, 1985. 60 s.
16. Rudyh O. L. Utochnenie uravnenij svyazi mezhdu napryazheniyami i deformaciyami v mekhanike myorzlyh gornyh porod // Geotekhnicheskie issledovaniya dlya transportnyh sooruzhenij Sibiri. Novosibirsk, 1985. S. 25–28.
17. Senuk D. P. Izmerenie napryazhenij v porodah mestorozhdenij Severa. Novosibirsk: Nauka, 1983. 192 s.
18. Hou S. The analysis of temperature and displacement coupling in freeze-thaw process of soil // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vol. 97–98. P. 192–198.
19. Luo J., Tang L., Ling X., Geng L. Experimental and analytical investigation on frost heave characteristics of an unsaturated moderately expansive clay // Cold Regions Science and Technology. 2018. Vol. 155. P. 343–353.
20. Merzlyakov V. P., Rudykh O. L. On the coefficient of temperature expansion of frozen soils // Soil mechanics and foundation engineering. 2010. Vol. 47, Is. 5. P. 180–1800.
21. Zhang X., Liu G., Luan M., Yanshilixue Yu. Testing research on freezing-thawing character and structural evolvement regularity during freezing-thawing process of aeolian soil

in western area of liaoning province // Gongcheng Xuebao / Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering. Vol. 27, Is. SUPPL. P. 2946–2952.

22. Zheleznyak I. I., Ivin I. A. Experimental and theoretical justification of designing a cable line exposed to cryogenic cracking // Soil mechanics and foundation engineering. 2018. Vol. 55, Is. 4. P. 284–290.

Received: March 21, 2020; accepted for publication April 24, 2020

Reference to article

Zheleznyak I. I., Ivin I. A., Gurulev A. A. Thermoelastic Model of Cryogenic Heaving of Finely Dispersed Soil // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 102–116. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-102-116.