

УДК 539.3
ББК В251

Михаил Сергеевич Воронин,

аспирант,

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения
Российской академии наук (Новосибирск, Россия), e-mail: mihause@academ.org*

Лев Александрович Мерзиевский,

доктор физико-математических наук,

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения
Российской академии наук (Новосибирск, Россия), e-mail: merzh@hydro.nsc.ru*

Моделирование ударно-волнового деформирования эпоксидной смолы¹

Построены определяющие уравнения модели вязкоупругого тела максвелловского типа для описания поведения эпоксидной смолы при интенсивных динамических нагрузках, включающие уравнение состояния при нешаровом тензоре деформации и зависимость времени релаксации касательных напряжений от параметров, характеризующих состояние среды. Для идентификации параметров модели использованы экспериментальные диаграммы деформирования и данные об ударной сжимаемости конкретных смол. Решён ряд задач ударно-волнового деформирования.

Ключевые слова: эпоксидные смолы, уравнение состояния, время релаксации, ударно-волновые процессы.

Mikhail Sergeevich Voronin,

Graduate Student,

*Institute of Hydrodynamics named after M. A. Lavrentyev,
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
(Novosibirsk, Russia), e-mail: mihause@academ.org*

Lev Alekseevich Merzhievsky,

Doctor of Physics and Mathematics,

*Institute of Hydrodynamics named after M. A. Lavrentyev,
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
(Novosibirsk, Russia) e-mail: merzh@hydro.nsc.ru*

Modeling Shock-wave Deformation of Epoxy Resin

The article presents the constructed equations of the model of viscoelastic body of Maxwell's type to describe the behavior of epoxy resin under intense dynamic loads, including the equation of state at nonorbicular deformation tensor and the dependence of the relaxation time of shear stress on the parameters that characterize the state of the environment. To identify the model parameters the study uses experimental deformation diagrams and data on the compressibility of specific resins. The article presents solutions to a number of shock-wave deformation problems.

Keywords: epoxy resins, equation of state, relaxation time, shock-wave processes

Эпоксидные смолы – олигомеры, содержащие эпоксидные группы и способные под действием отвердителей образовывать шпите полимеры. Они нашли широкое применение в качестве связующего (матрицы) полимерных композитных материалов, элементов экспериментальных сборок при проведении ударно-волновых экспериментов, других устройствах, подвергающихся интенсивным внешним воздействиям. Этим обусловлен интерес к изучению их свойств и поведения при экстремальных, в том числе – ударно-волновых нагружениях. Экспериментальные данные об ударном сжатии эпоксидных компаундов приведены в [8; 9; 1; 14]. Ряд моделей, описывающих поведение эпоксидных смол, описан в [10; 11]. Они базируются на традиционном описании упругопластического деформирования, недостатки которого в случае применения к ударно-волновым процессам обсуждались в [6]. В данной работе для моделирования ударно-волнового деформирования строится

¹Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 64.

модель вязкоупругой среды максвелловского типа, полная математическая формулировка которой приведена в [3], а методика построения замыкающих соотношений в [5; 7]. Для решения одномерных нестационарных задач использован численный метод, предложенный в [4]. Результаты решения позволяют проанализировать поведение материала в реализующихся условиях, а их сравнение с экспериментальными данными даёт возможность оценить применимость предлагаемой модели и метода расчёта для описания поведения данного материала при ударно-волновых нагрузках.

В одномерном нестационарном случае система уравнений используемой модели принимает вид [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho r^\nu)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r^\nu)}{\partial r} &= 0, \quad \frac{\partial(\rho u r^\nu)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u^2 - \sigma_1) r^\nu]}{\partial r} + \nu r^{\nu-1} \sigma_2 = 0, \\ \frac{\partial[\rho(E + u^2/2) r^\nu]}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u(E + u^2/2) - \sigma_1 u) r^\nu]}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial r} - \frac{\nu(3-\nu)u}{2} \frac{u}{r} &= -\frac{d_2}{\tau}, \quad \frac{\partial h_3}{\partial t} + u \frac{\partial h_3}{\partial r} - \frac{\nu(\nu-1)u}{2} \frac{u}{r} = -\frac{d_3}{\tau}, \\ \rho &= \rho_0 \exp(-h_1 - h_2 - h_3), \quad d_i = h_i - \frac{1}{3} \ln \frac{\rho}{\rho_0}, \\ E &= E(h_i, S), \quad \tau = \tau(h_i, S), \quad \sigma_i = \rho \frac{\partial E}{\partial h_i}, \quad T = \frac{\partial E}{\partial S}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ, u, E, S, T – плотность, скорость, удельная внутренняя энергия, энтропия и температура; σ_i – главные напряжения; h_i – логарифмы коэффициентов растяжения элемента среды вдоль главных осей; t, r – время и пространственная переменная; $E(h_i, S)$ – уравнение упругой энергии при нешаровом тензоре деформаций; $\tau(h_i, S)$ – зависимость времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды, ν – показатель симметрии: $\nu = 0$ – плоская, $\nu = 1$ – цилиндрическая, $\nu = 2$ – сферическая.

При построении зависимости $E(h_i, S)$ воспользуемся представлениями, явившимися основой классического уравнения состояния Ми-Грюнауизена, реализованными в [2]. Вначале запишем уравнение для свободной энергии $F(\delta, D, T)$ в виде суммы упругой F_X , тепловой F_T и девиаторной F_{dev} составляющих:

$$F = F_X + F_{dev} + F_T, \quad (2)$$

где δ, D – первый и второй инварианты тензора деформаций соответственно,

$$\delta = \exp[-(h_1 + h_2 + h_3)], \quad D = (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2). \quad (3)$$

Переход от $F(\delta, D, T)$ к $E(\delta, D, T)$ и другим термодинамическим потенциалам осуществляется по формулам термодинамики:

$$\begin{aligned} E &= F - TS, \quad S(\delta, D, T) = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{h_i}, \\ dF &= -SdT + \frac{\sigma_i}{\rho} dh_i, \quad dE = TdS + \frac{\sigma_i}{\rho} dh_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Составляющие (2) энергии имеют вид:

$$\begin{aligned} F_X(\delta) &= V_0 \left(\frac{a\delta^{m-1}}{m-1} + \frac{b\delta^{n-1}}{n-1} \right) - F_{X0}, \\ F_{dev}(\delta, D) &= 2c_\perp^2 \delta^{\xi_0} D, \\ F_T(\delta, T) &= R_m T \sum_{i=1}^3 N_i \ln(1 - e^{-x_i}) - \frac{1}{2} \beta(\delta) T^2, \\ x_i &= \frac{\theta_i(\delta)}{T}, \quad \theta_i = \theta_{0i} \delta^{\gamma_{0i}}, \quad \beta(\delta) = \beta_0 \delta^{-\Gamma_e}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $V_0 = 1/\rho_0$; a, b, m, n – имеют смысл интерполяционных констант; константа F_{X0} выбирается из условия $F_X(1) = 0$; c_{\perp} – поперечная скорость звука; ξ_0 – интерполяционная константа; R_m – универсальная газовая постоянная, делённая на молярную массу, θ_{0i} – характеристические температуры, определяемые экспериментально, γ_{0i} – интерполяционные константы, имеющие смысл аналогов коэффициента Грюнайзена для соответствующих колебательных мод, N_i – интерполяционные константы, удовлетворяющие условию $\sum N_i = N$, где N – полное число колебательных мод; β_0, Γ_e – интерполяционные константы, которые отличны от нуля в случае необходимости учёта теплового возбуждения электронов.

Входящие в приведённые соотношения параметры определяются с привлечением данных [15; 16] и сравнения расчетной и экспериментальной ударной адиабаты. На рис. 1, 2 сплошными линиями показаны ударная адиабата и изэнтропы разгрузки эпоксидной смолы, рассчитанные по построенному уравнению состояния, в сравнении с экспериментальными данными.

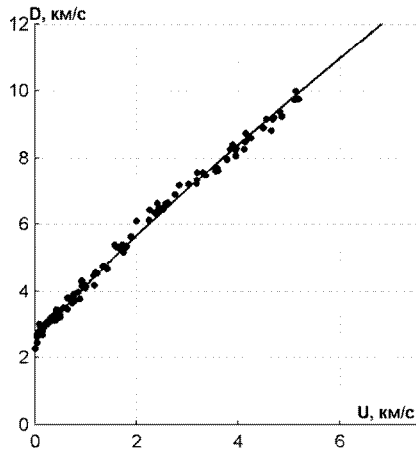


Рис. 1.

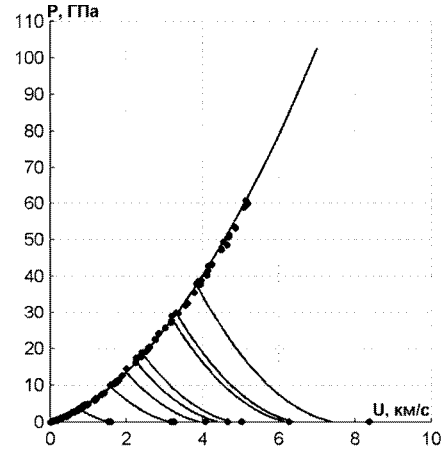


Рис. 2.

Исходя из термоактивируемого характера микроструктурных механизмов [1], для времени релаксации примем классическое соотношение Больцмана-Аррениуса:

$$\tau = \tau_0 \exp(U/RT), \quad (6)$$

где τ_0 – некоторое характерное время кинетической единицы, за счёт движений которой происходит релаксация, U – энергия активации соответствующего механизма релаксации, R – универсальная газовая постоянная, T – температура. Учёт влияния напряжённого состояния, изменения свободного объёма полимера при изменении температуры, а также возможность протекания нескольких релаксационных процессов приводят к усложнению этой зависимости:

$$\tau(\Sigma, T) = \sum_i \tau_{0i} \exp\left(\frac{U_{0i} - \alpha_i(T)\Sigma}{RT}\right),$$

$$\alpha_i(T) = \alpha_{0i}(1 + \alpha_{1i}\Delta T), \quad \Delta T = T - T_0, \quad 7$$

$$\Sigma = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]},$$

где α_{0i}, α_{1i} – интерполяционные константы, Σ – интенсивность касательных напряжений.

Для определения входящих в зависимость параметров воспользуемся разработанной в [7] методикой. Будем решать задачу об одноосном деформировании тонкого стержня. В предположении об однородности деформации все величины в исходной системе уравнений (1) являются функциями только времени, поэтому в итоге система упрощается и окончательно для описания одноосной деформации тонкого стержня принимает вид:

$$\frac{dh_1}{dt} = \dot{\epsilon} - \frac{2}{3} \frac{h_1 - h_2}{\tau},$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2}{3} \frac{h_1 - h_2}{\tau} \frac{\sigma_1}{\rho T},$$

$$\sigma_2 \equiv \sigma_3 \equiv 0, h_2 = h_3, \tag{8}$$

$$\sigma_i = \rho \left(\frac{\partial F}{\partial h_i} \right)_T, S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{h_i}.$$

Результатом решения этой задачи являются диаграммы деформирования. Значения параметров в (7) определяются из условия наилучшего совпадения расчётных и экспериментальных диаграмм деформирования.

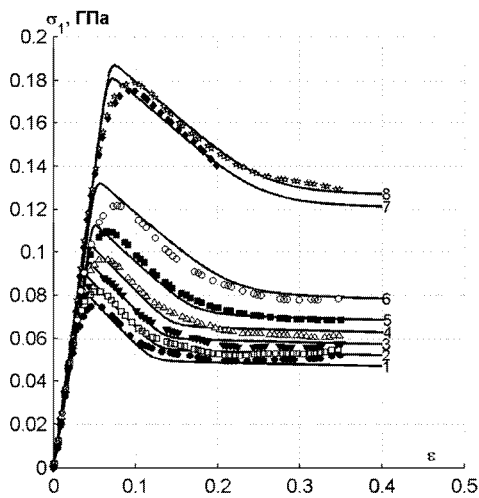


Рис. 3.

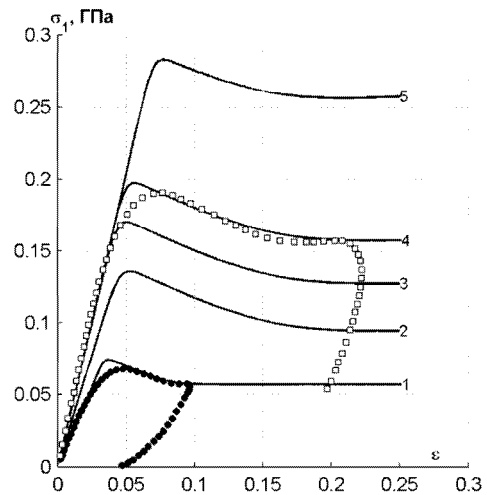


Рис. 4.

На рис. 3 сплошными линиями приведены результаты расчётов диаграмм деформирования эпоксидной смолы Epon 828/T-403 в сравнении с экспериментальными данными [10]. Кривые соответствуют следующим скоростям деформации: 1 – $1,1 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$; 2 – $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$; 3 – $1,1 \cdot 10^{-2} \text{ c}^{-1}$; 4 – $1,2 \cdot 10^{-1} \text{ c}^{-1}$; 5 – $1,1 \text{ c}^{-1}$; 6 – 12 c^{-1} ; 7 – 2500 c^{-1} ; 8 – 5200 c^{-1} .

На рис. 4 сплошными линиями приведены рассчитанные диаграммы деформирования при скоростях деформации 1 – $0,0167 \text{ c}^{-1}$; 2 – 10 c^{-1} ; 3 – 100 c^{-1} ; 4 – 930 c^{-1} ; 5 – 106 c^{-1} в сравнении с экспериментальными данными [15].

На рис. 5 результаты расчёта для RTM-6 (1 – $0,01 \text{ c}^{-1}$; 2 – 3900 c^{-1} ; 3 – 4800 c^{-1} ; 4 – 6000 c^{-1}), экспериментальные данные [11]. Характерной особенностью этого материала являются области изменения параметров, в которых диаграммы, соответствующие более низкой скорости деформации, идут выше чем, диаграммы, соответствующие большей скорости.

С использованием построенных замыкающих соотношений решены задачи о распространении ударного импульса. В первом случае в постановке задачи воспроизводились условия экспериментов [14], в которых импульс создавался ударом плоского металлического ударника по плоскому экрану из того же металла, за которым располагались пластины из эпоксидной смолы. Измерения проводились с помощью двух манганиновых датчиков, первый из которых устанавливался на границе между экраном и образцом, а второй – между эпоксидными пластинами на расстоянии 10 мм от контактной границы экран – образец. На рис. 6 сплошными линиями показаны результаты расчётов в случае ударника из алюминия толщиной 10 мм при скорости удара 205 м/с, кривые 1; удара медным ударником толщиной 5 мм со скоростью 638 м/с, кривые 2, и медным ударником толщиной 3,5 мм со скоростью 826 м/с – кривые 3. Отметим, что наблюдающиеся отклонения рассчитанных профилей находятся в пределах экспериментального разброса величин, указанного в [14], но не приведённого на представленных рисунках.

На рис. 7 сплошными линиями показаны результаты расчёта аналогичной задачи, соответствующей экспериментам [9]. В этом случае использовались медный ударник и экран шириной 5 мм и

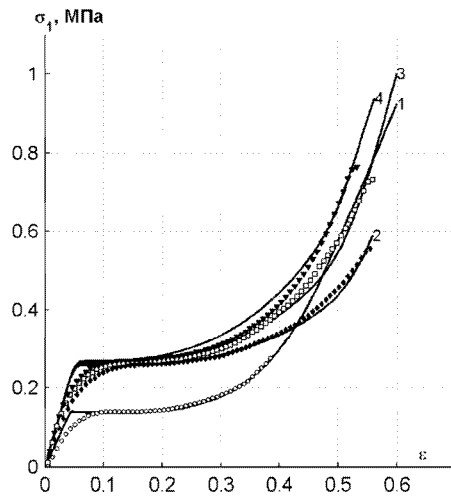


Рис. 5.

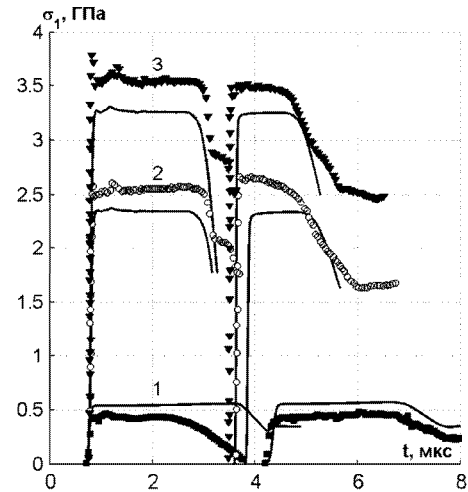


Рис. 6.

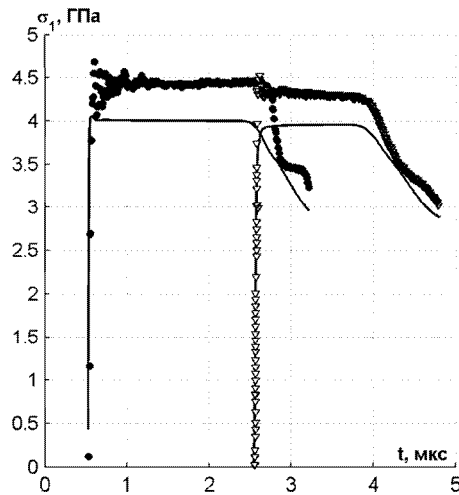


Рис. 7.

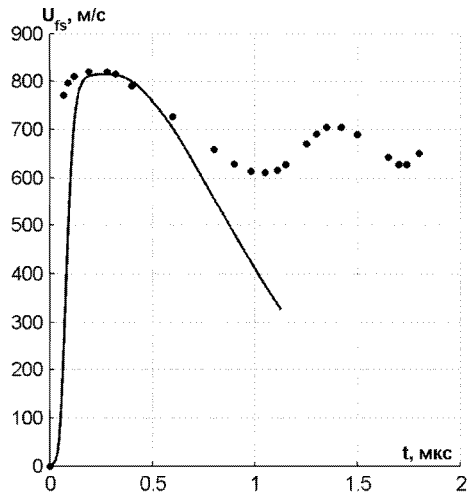


Рис. 8.

1 мм соответственно при скорости ударника 960 м/с. Вместо тыльной пластины из эпоксидной смолы была установлена пластина из ПММА. Манганиновые датчики устанавливались между экраном и образцом из эпоксидной смолы и между образцом и ПММА.

В экспериментах [12] по пластине из эпоксидной смолы толщиной 4,5 мм наносили удар ударником из ПММА толщиной 1,4 мм со скоростью 850 ± 30 м/с. С помощью лазерного интерферометра фиксировалось изменение скорости свободной поверхности образца после выхода на неё ударной волны. На рис. 8 сплошной линией показан результат решения соответствующей задачи в сравнении с экспериментальными данными. В расчёте не учитывался реализовавшийся в эксперименте откол, поэтому расчётная зависимость не воспроизводит колебательный характер движения свободной поверхности, обусловленный циркуляцией откольного импульса.

Проведённое сравнение расчётных и экспериментальных данных показывает применимость построенной модели для решения задач ударноволнового деформирования эпоксидных смол.

Список литературы

1. Бартенев Г. М., Френкель С. Я. Физика полимеров. Л.: Химия, 1990.
2. Воронин М. С., Мержиевский Л. А. Модель квазистатического и динамического деформирования эластомеров // Уч. зап. ЗабГГПУ. Сер. «Физика, математика, техника,

- технология», 2011. № 3 (38). С. 53–59.
3. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978. 304 с.
 4. Мержиевский Л. А. //Динамика твердого тела (Динамика сплошной среды). Вып. 45. Новосибирск, 1980.
 5. Мержиевский Л. А. Моделирование динамического сжатия поликристаллического Al_2O_3 , ФГВ, 1998. Т. 34. № 6. С. 85–93.
 6. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. Численное моделирование ударно-волновых процессов в металлах // ФГВ. 1984. Т. 20. № 5. С. 114–122.
 7. Мержиевский Л. А., Шамонин С. А. Построение зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды // ПМТФ, 1980. № 5. С. 170–179.
 8. Трунин Р. Ф., Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. 446 с.
 9. Appleby-Thomas G. J., Hazell P. J., Stennett C. The variation in lateral and longitudinal stress gauge response within an RTM 6 epoxy resin under one-dimensional shock loading // J. Mater. Sci., 2009. Vol. 44. P. 6187–6198.
 10. Chen W., Zhou B. Constitutive Behavior of Epon 828/T-403 at Various Strain Rates // Mechanics of Time-Dependent Materials, 1998. Vol. 2. P. 103–111.
 11. Gerlach R., Siviour C. R., Petrinic N., Wiegand J. Experimental characterisation and con-stitutive modelling of RTM-6 resin under impact loading // Polymer, 2008. Vol. 49. P. 2728–2737.
 12. Kanel' G.I. et al. Experimental profiles of shock waves, Preprint of Scientific Association IVTAN of RAS, 1996.
 13. Lindholm U. S. Some experiments with the split Hopkinson pressure bar // J. Mech. Phys. Solids, 1964. Vol. 12. P. 317–335.
 14. Millett J. C. F., Bourne N. K., Barnes N. R. The behavior of an epoxy resin under one-dimensional shock loading // J. Appl. Phys., 2002. Vol. 92. №. 11. P. 6590–6594.
 15. URL: <http://www.ficp.ac.ru/rusbank/> (дата обращения: 15.01.2012).
 16. Wunderlich B. Thermal Analysis of Polymeric Materials, Springer Berlin Heidelberg, 2005.

Статья поступила в редакцию 18.02.2012 г.