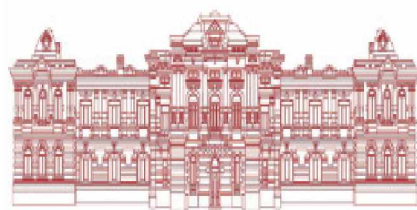


Ученые записки



Забайкальского государственного университета

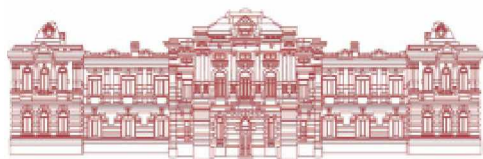
С е р и я «Физика, математика, техника, технология»

ISSN 2308-8761
DOI: 10.21209/2308-8761-2016-11-4

Том 11, № 4
2016

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

Забайкальского
государственного
университета



Серия

«Физика, математика, техника,
технология»

Научный журнал
Основан в 1957 г.
Выходит шесть раз в год

Учредитель

ФГБОУ ВО
«Забайкальский государственный университет»

Журнал зарегистрирован

Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации

ПИ № ФС77-54257 от 24.05.2013

Журнал входит

в Перечень ведущих рецензируемых научных
журналов и изданий, в которых должны быть
опубликованы основные научные результаты
диссертаций на соискание учёных степеней
доктора и кандидата наук

Авторы несут полную ответственность
за подбор и изложение фактов, содержащихся
в статьях; высказываемые взгляды
могут не отражать точку зрения редакции

Перепечатка материалов журнала допускается
только по согласованию с редакцией

Рукописи, присланные в журнал,
не возвращаются

Адрес редакции:

672007, г. Чита, ул. Бабушкина, 129
Телефон: 8 (3022) 35-24-79,
факс: 8 (3022) 41-64-44.
E-mail: zab-nauka@mail.ru

Сайт журнала в Интернете

<http://www.uchzap.com>

Подписной индекс журнала
в «Пресса России» **42408**

Электронная версия журнала

Размещена на платформе
Российской универсальной
научной электронной библиотеки:
www.elibrary.ru
DOI журнала: 10.21209/2308-8761

© Забайкальский государственный
университет, 2016

SCHOLARLY NOTES Of Transbaikal State University

Series

Physics, Mathematics, Engineering, Technology

◆
UCHENYE ZAPISKI
Zabaikal'skogo
Gosudarstvennogo Universiteta
Seriya

Fizika, Matematika, Tehnika, Tehnologiya

Scientific Journal
Founded in 1957 г.
Published six times per year

Founder

FSBEI HE
"Transbaikal State University"

The journal is registered

by the Federal Supervision Service in the Field
of Communications, Information Technology
and Mass Communications (Roskomnadzor)

Registration certificate

ПИ № ФС77-54257 от 24.05.2013

The journal

is in the List of the leading refereed
scientific journals
and editions which publish the main results
of dissertations for academic degrees
of doctors and candidates of sciences

The authors are fully responsible for the selec-
tion and presentation of the facts contained in their
articles; the views expressed by them do not neces-
sarily reflect the views of the Editorial Board

Reproduction of any materials from the journal
is allowed only in coordination
with the Editorial Board

The manuscripts submitted to the journal
are not returned

Address:

672007, Chita, 129 Babushkin st.
Phone: 8 (3022) 35-24-79,
Fax: 8 (3022) 41-64-44.
E-mail: zab-nauka@mail.ru

Journal web site

<http://www.uchzap.com>

Subscription index

of the journal in "Press of Russia" **42408**

The electronic version of the journal

is placed on the platform
of the Russian Universal
Scientific Electronic Library:
www.elibrary.ru
DOI journal: 10.21209/2308-8761

© Transbaikal State University, 2016

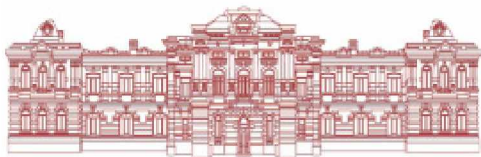
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

Забайкальского
государственного
университета

SCHOLARLY NOTES Of Transbaikal State University

Series

Physics, Mathematics, Engineering, Technology



Серия

«Физика, математика, техника,
технология»

UCHENYE ZAPISKI Zabaikal'skogo Gosudarstvennogo Universiteta Seriya

Fizika, Matematika, Tekhnika, Tekhnologiya

Редакционный совет

Борис Ванданович Базаров, д-р ист. наук, проф., член-кор. Российской Академии Наук, Институт монголоведения, буддологии и тибетологии Сибирского Отделения Российской Академии Наук (Улан-Удэ, Россия); **Андре Буржо**, д-р социал. наук, акад., Национальный центр научных исследований Франции (Париж, Франция); **Дэн Цзюнь**, проф., Институт русского языка Хэйлуцзянского университета (Хэйлуцзян, КНР); **Кейдзи Идэ**, заместитель главы миссии, министр Посольства Японии в Российской Федерации (Япония); **Чжен Шупу**, д-р филол. наук, проф. (Харбин, КНР); **Михаил Иванович Эпов**, д-р техн. наук, проф., акад. Российской Академии Наук, Институт нефтегазовой геологии и геофизики Сибирского Отделения Российской Академии Наук (Новосибирск, Россия)

Редакционная коллегия

Выпускающий редактор:

С. Е. Холодовский, доктор физико-математических наук, профессор (Чита, Россия);

С. Ф. Забелин, доктор технических наук, профессор (Чита, Россия)

Члены редколлегии:

В. Е. Архинчеев, доктор физико-математических наук, профессор (Улан-Удэ, Россия);

В. В. Мазалов, доктор физико-математических наук, профессор (Петрозаводск, Россия);

В. А. Ильин, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

Главный редактор

И. В. Ерофеева, д-р филол. наук, доцент

Ответственный секретарь

Э. А. Арutyunyan

Журнал представляет собой сборник оригинальных и обзорных научных статей по аналитическому решению актуальных задач междисциплинарного характера: математическая и экспериментальная физика, инженерные технологии и современное наноматериаловедение в контексте биотехнологии и биоинженерии.

Материалы журнала будут интересны широкой научной общественности, преподавателям вузов, аспирантам, студентам, деятелям культуры и образования.

Editors

Boris Vandanovich Bazarov, Doctor of History, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, the Institute of Mongolian, Buddhist and Tibetan Studies, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences (Ulan-Ude, Russia); **Andre Bourget**, Doctor of Sociology, Academician, French National Center for Scientific Research (Paris, France); **Den Tszun**, Professor, the Institute of the Russian language at Heilongjiang University (Heilongjiang, China); **Keidzy Ide**, Mission Deputy Head, Ministry of Japan in the Russian Federation (Japan); **Zhen Chupu**, Doctor of Philology, Professor (Harbin, China); **Mikhail Ivanovich Epov**, Doctor of Engineering Science, Professor, Academician of the RAS, Institute of Petroleum-Gas Geology and Geophysics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russia)

Editorial Board

Main Handling Editors:

S. E. Kholodovskii, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Chita, Russia);

S. F. Zabelin, Doctor of Engineering Science, Professor (Chita, Russia)

Editorial board members:

V. E. Arkhincheev, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Ulan-Ude, Russia);

V. V. Mazalov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Petrozavodsk, Russia);

V. A. Ilyin, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Moscow, Russia)

Editor-in-chief

I. V. Erofeeva, Doctor of Philology, Associate Professor

Executive Secretary

E. A. Arutyunyan

The journal is a collection of original and review scientific papers on analytical solution of topical interdisciplinary problems: mathematical and experimental physics, engineering technologies and modern nanomaterials science in the context of biotechnology and bioengineering.

Materials will be interesting to the wide scientific community, university professors, postgraduate students, students, workers in culture and education.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

<i>Ефимова И. А.</i> О процессах теплопереноса в биоматериалах, ограниченных наноразмерной двухслойной мембраной	7
<i>Холодовский С. Е.</i> О математической модели динамических процессов в биоматериалах с трехслойными наноразмерными пленками	11

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

<i>Вийтович О. И.</i> Оценка капитальных затрат на строительство ветроустановок на стадии проектирования	21
<i>Ковригина И. В., Степанов В. В.</i> Построение математических моделей цепных механических систем с сочленениями твердых тел	33
<i>Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Кравцов А. М., Петросянец М. Т.</i> Эмпирическая модель движения газожидкостных потоков в вертикальных лифтовых трубах газовых скважин	45
<i>Шабловский О. Н., Кроль Д. Г., Концевой И. А.</i> Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами	59

БИОТЕХНОЛОГИЯ

<i>Бордонский Г. С.</i> Изучение образования сегнетоэлектрического льда в наноструктурах растительных тканей методом измерения электрических флуктуаций	69
<i>Вомпе Т. А., Устюхин А. С., Миляев И. М., Зеленский В. А.</i> Влияние режимов термомангнитной обработки на магнитные гистерезисные свойства магнитотвердых порошковых Fe-Cr-Co сплавов с содержанием кобальта 12 и 16 масс. %	77
<i>Забелин С. Ф., Коновалова Ж. Ю.</i> Анализ технологий получения биокерамики для имплантатов	85

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО НАНОМАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ

<i>Березин С. Я., Свиридов Ю. И.</i> Активация внутреннего резбообразования концентрированными потоками ультразвуковой акустической энергии	91
<i>Калашников И. Е., Болотова Л. К., Быков П. А., Подымова Н. Б., Забелин С. Ф.</i> Физико-механические и трибологические свойства композиционных материалов на основе сплава системы $SnSbCu$, полученных методом экструзии	99

CONTENTS

MATHEMATICAL BIOLOGY

<i>Efimova I. A.</i> The Processes of Heat and Mass Transfer in Biomaterials by Limited Nanoscale Two-Layer Membrane	7
<i>Kholodovskii S. Ye.</i> About Mathematical Models of Dynamic Processes in Biomaterials with Nanoscale Three-Layer Films	11

MATHEMATICAL MODELS OF DYNAMIC PROCESSES

<i>Viytovych O. I.</i> Estimation of Capital Expenditure for the Construction of Wind Turbines at the Design Stage	21
<i>Kovrigina I. V., Stepanov V. V.</i> Construction of Mathematical Models of Mechanical Systems with Chain Joints Solids	33
<i>Tolpayev V. A., Akhmedov K. S., Kravtsov A. M., Petrosyants M. T.</i> The Empirical Model of the Motion of Gas-Liquid Flow in Vertical Gas Well Tubing	46
<i>Shablowsky O. N., Kroll D. G., Kontsevoy I. A.</i> Nonlinear Resistance and Vorticity of the Fluid Flow Between Two Coaxial Rotating Cylinders	60

BIOTECHNOLOGY

<i>Bordonskiy G. S.</i> Study of Ferroelectric Ice Formation in Nanostructures of Vegetable Tissues by Using the Method of Electrical Fluctuations Measurement	70
<i>Vompe T.A., Ustyukhin A. S., Milyaev I. M., Zelensky V. A.</i> The Effect of Thermomagnetic Treatment Conditions on Magnetic Hysteresis Properties of Fe-Cr-Co Hard Magnetic Powder Alloys with 12 and 16 wt. % cobalt	78
<i>Zabelin S. F., Konovalova Jh. Yu.</i> Analysis of Producing Bioceramics for Implants Technology	85

PROBLEMS OF MODERN NANOMATERIALS SCIENCE

<i>Berezin S. Ya., Sviridov Yu. I.</i> Activation of Internal Thread-Formation by Concentrated Streams of Ultrasonic Acoustic Energy	92
<i>Kalashnikov I. E. Bolotova L. K., Bykov P. A., Podymova N. B., Zabelin S. F.</i> Physical, Mechanical and Tribological Properties of Composite Materials based on <i>SnSbCu</i> Alloy Manufactured by the Extrusion Method	100

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

MATHEMATICAL BIOLOGY

УДК 517.956

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-7-10

Ирина Анатольевна Ефимова,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Забайкальский институт предпринимательства
(672086, Россия, г. Чита, ул. Ленинградская, 16),
e-mail: yefimova79@yandex.ru

О процессах тепломассопереноса в биоматериалах, ограниченных наноразмерной двухслойной мембраной¹

В статье рассмотрена краевая задача для уравнения Лапласа в полуцилиндре с основанием в виде двухслойной пленки (мембраны). Данная задача имеет большой интерес в задачах биологии, т. к. все биологические организмы на своей границе имеют многослойную защитную пленку, через которую происходит обмен веществ. Рассмотренная в статье мембрана состоит из двух сильно- и слабопроницаемых слоев. На мембране задано обобщенное граничное условие. На боковой поверхности полуцилиндра задано условие Дирихле. Решение задачи получено в виде ряда Фурье-Бесселя, который сходится достаточно быстро.

Ключевые слова: нанотехнологии, математическая биология, двухслойные пленки, краевые задачи

Irina A. Efimova,
Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor,
Transbaikal Institute of Entrepreneurship
(16 Leningradskaya st., Chita, 672086, Russia),
e-mail: yefimova79@yandex.ru

The Processes of Heat and Mass Transfer in Biomaterials Limited by Nanoscale Two-Layer Membrane²

The article considers the boundary value problem for the Laplace equation in a half-cylinder with base in the form of a two-layer film (membrane). This task is of great interest in problems of biology because all biological organisms on their border have a multilayer protective film through which the exchange of substances occurs. The membrane discussed in the article consists of two strongly and weakly permeable layers. On the membrane there is a set to a generalized boundary condition. On the lateral surface of the half-cylinder there is a set to the Dirichlet condition. The solution is obtained in the form of Fourier-Bessel, which converges fast enough.

¹Работа выполнена в рамках Государственного задания вузу Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 2014/255 НИР 2603.14).

²The work is performed in terms of the State task to higher education institution by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project 2014/255 Research work 2603.14).

Keywords: nanotechnology, mathematical biology, two-layer film, boundary value problems

Построение математических моделей процессов тепломассопереноса в природных материалах приводит к краевым задачам математической физики. Биологические материалы не являются однородными и содержат многослойные пленочные включения на границе с внешней средой. Рассмотренные в статье пленочные включения состоят из сильно- и слабопроницаемых прослоек, которые, следуя работам [1–3], моделируем бесконечно тонкими слоями с бесконечно большой и соответственно бесконечно малой проницаемостью.

Рассмотрим в круглом полуцилиндре $D = (0 < r < 1) \times (-\infty < z < 0) \times (0 < \alpha < 2\pi)$ некоторый установившийся процесс тепломассопереноса, характеризующийся потенциалом $u(r, \alpha, z)$ (u – давление, температура, концентрация вещества, напряжение электрического поля и т. д.). Здесь r, α, z – цилиндрические координаты. Пусть основание $z = 0$ полуцилиндра является двухслойной пленкой, состоящей из сильнопроницаемой прослойки $z = -0$ и слабопроницаемой прослойки $z = +0$. На пленке задано обобщенное граничное условие 1-го типа [3]. На боковой поверхности полуцилиндра задано однородное условие Дирихле. Отсюда для потенциала $u(r, \alpha, z)$ задача имеет вид

$$\Delta u \equiv \frac{1}{r}(ru_r)_r + \frac{1}{r^2}u_{\alpha\alpha} + u_{zz} = 0, \quad u|_{r=1} = 0, \quad (1)$$

$$ABu_{zz} + Bu_z + u|_{z=0} = f(r, \alpha), \quad (2)$$

где $u = O(1)$ в D , $u(r, \alpha + 2\pi, z) = u(r, \alpha, z)$, A и B – параметры сильно- и слабопроницаемых прослоек [2], буквенные индексы r, α, z означают частные производные по соответствующим переменным.

Представляя частное решение задачи (1) в виде

$$u(r, \alpha, z) = R(r)\Phi(\alpha)Z(z),$$

с учетом периодичности u по α для функций R, Φ и Z получим задачи

$$\frac{1}{r}(rR')' + \left(\lambda - \frac{n^2}{r^2}\right)R = 0, \quad R(1) = 0, \quad (3)$$

$$\Phi'' + n^2\Phi = 0, \quad Z'' - \lambda Z = 0, \quad (4)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. Решение задачи (3) имеет вид

$$R(r) = J_n(\mu_{mn}r),$$

где $\mu_{mn} \geq 0$ – корни уравнения $J_n(\mu) = 0$, $m = 1, 2, \dots$; $J_n(r)$ – функции Бесселя n -го порядка [4, с. 632]. Уравнение (4) для Φ имеет решения $\cos n\alpha$ и $\sin n\alpha$. Ограниченное в D решение уравнения (4) для Z имеет вид

$$Z(z) = e^{\mu_{mn}z}, \quad -\infty < z < 0.$$

Отсюда задача Штурма-Лиувилля для функции $V = R(r)\Phi(\alpha)$ вида

$$\frac{1}{r}(rV_r)_r + \frac{1}{r^2}V_{\alpha\alpha} + \lambda V = 0, \quad V|_{r=1} = 0$$

имеет собственные значения $\lambda = \mu_{mn}^2$, которым соответствуют ортогональные собственные функции

$$V_{mn} = J_n(\mu_{mn}r) \cos n\alpha, \quad \tilde{V}_{mn} = J_n(\mu_{mn}r) \sin n\alpha. \quad (5)$$

Тогда общее решение задачи (1) имеет вид

$$u(r, \alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (a_{mn} \cos n\alpha + b_{mn} \sin n\alpha) J_n(\mu_{mn}r) e^{\mu_{mn}z}, \quad (6)$$

где a_{mn} , b_{mn} – коэффициенты, подлежащие определению. Раскладывая граничную функцию $f(r, \alpha)$ (2) в ряд по собственным функциям (5):

$$f(r, \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [f_{mn} V_{mn}(r, \alpha) + \tilde{f}_{mn} \tilde{V}_{mn}(r, \alpha)], \quad (7)$$

из обобщенного граничного условия на пленке (2) находим

$$a_{mn} = \frac{f_{mn}}{AB\mu_{mn}^2 + B\mu_{mn} + 1}, \quad b_{mn} = \frac{\tilde{f}_{mn}}{AB\mu_{mn}^2 + B\mu_{mn} + 1}, \quad (8)$$

где

$$f_{mn} = \frac{2}{[J'_n(\mu_{mn})]^2 \pi \epsilon_n} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^1 f(r, \alpha) \cos n\alpha J_n(\mu_{mn}r) r dr, \quad (9)$$

$$\tilde{f}_{mn} = \frac{2}{[J'_n(\mu_{mn})]^2 \pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^1 f(r, \alpha) \sin n\alpha J_n(\mu_{mn}r) r dr, \quad (10)$$

$\epsilon_0 = 2$, $\epsilon_k = 1$, $k \neq 0$. При этом в силу неравенств $A > 0$, $B > 0$ имеют место оценки

$$|a_{mn}| < \frac{|f_{mn}|}{\mu_{mn}^2} \rightarrow 0, \quad |b_{mn}| < \frac{|\tilde{f}_{mn}|}{\mu_{mn}^2} \rightarrow 0$$

при $\mu_{mn} \rightarrow \infty$. Отсюда полученный ряд (6) сходится и допускает дифференцирование необходимое число раз (указанные ряды мажорируются рядом (7) и его соответствующими производными).

Таким образом, решение задачи (1, 2) строится по формулам (6, 8–10).

Список литературы

1. Kholodovskii S. E. A Method of Convolution of Fourier Expansions as Applied to Solving Boundary Value Problems with Intersecting Interface Lines // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2007. Vol. 47, No. 9. P. 1489–1495.
2. Холодовский С. Е. Задачи математической физики в областях с пленочными включениями. Чита: Изд-во ЗабГУ, 2015. 232 с.
3. Холодовский С. Е. О многослойных пленках на границе полупространства // Математические заметки. 2016. Т. 99. Вып. 3. С. 421–427.
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.

References

1. Kholodovskii S. E. A Method of Convolution of Fourier Expansions as Applied to Solving Boundary Value Problems with Intersecting Interface Lines // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2007. Vol. 47, No. 9. P. 1489–1495.
2. Kholodovskii S. E. Zadachi matematicheskoi fiziki v oblastiakh s plenochnymi vklyucheniymi. Chita: Izd-vo ZabGU, 2015. 232 s.
3. Kholodovskii S. E. O mnogoslonykh plenkakh na granitse poluprostranstva // Matematicheskie zametki. 2016. T. 99. Vyp. 3. S. 421–427.
4. Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Uravneniya matematicheskoi fiziki. M.: Nauka, 1972. 736 s.

Библиографическое описание статьи

Ефимова И.А. О процессах тепло-массопереноса в биоматериалах, ограниченных наноразмерной двухслойной мембраной // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 7–10.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-7-10.

Reference to article

Efimova I. A. The Processes of Heat and Mass Transfer in Biomaterials, Limited Nanoscale Two-Layer Membrane // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 7–10.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-7-10.

Статья поступила в редакцию 25.04.2016

*Святослав Евгеньевич Холодовский,
доктор физико-математических наук, профессор,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30),
e-mail: hol47@yandex.ru*

О математической модели динамических процессов в биоматериалах с трехслойными наноразмерными пленками¹

В статье рассмотрена математическая модель процессов теплопроводности, диффузии, фильтрации и т. д. в цилиндрических областях $D = (x \in R) \times (y, z \in Q \subseteq R^2)$, разделенных пленкой на два полуцилиндра $D_1(x < 0)$ и $D_2(x > 0)$. Пленка состоит из трех сильно- и слабопроницаемых слоев в произвольном их сочетании, что в задачах биологии соответствует многослойным мембранам, дренажам, фильтрующим и защитным экранам и т. д. Дифференциальное уравнение в зонах D_i может быть произвольного типа (эллиптического, параболического, гиперболического). С помощью метода свертывания разложений Фурье решения задач с пленками выражены через решение аналогичной классической задачи без пленок. Получены аналитические решения конкретных задач в различных областях с трехслойными пленками.

Ключевые слова: краевые задачи, наноразмерные включения, математические методы в биологии, динамические процессы в неоднородных средах

*Svyatoslav Ye. Kholodovskii,
Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Transbaikal State University
(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail: hol47@yandex.ru*

About Mathematical Models of Dynamic Processes in Biomaterials with Nanoscale Three-Layer Films²

The article considers a mathematical model of processes of heat conduction, diffusion, filtration, etc. in the cylindrical regions $D = (x \in R) \times (y, z \in Q \subseteq R^2)$, separated by a film into two half-cylinders $D_1(x < 0)$ and $D_2(x > 0)$. The film consists of three strongly and weakly permeable layers in an arbitrary combination, in problems of biology it corresponds to the multilayered membranes, the drainage tubes, filter and protective screens, etc. The differential equation in the zones D_i can be of any type (elliptic, parabolic, hyperbolic). Using the method of Convolution of Fourier expansions, the solution of boundary value problems with the films is expressed through the solution of a similar classical problem without films. We obtained analytical solutions to specific problems in different areas with three-layer films.

Keywords: boundary value problems, nanoscale inclusions, mathematical methods in biology, dynamic processes in inhomogeneous media

¹Работа выполнена в рамках Государственного задания вузу Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 2014/255 НИР 2603.14).

²The work is performed in terms of the State task to higher education institution by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project 2014/255 Research work 2603.14).

Введение. Природные биологические материалы не являются однородными и содержат различные составляющие компоненты, в том числе пленочные включения типа мембран, экранов, завес, дренажей и т. д. В частности, организмы человека и животных, а также растения содержат множество пленочных включений. В математических моделях реальные процессы в неоднородных средах описываются краевыми задачами математической физики.

В данной статье рассмотрены задачи математической физики, описывающие достаточно широкий класс процессов (теплопроводности, фильтрации жидкости, диффузии, электростатики), в цилиндрических областях, содержащих трехслойную пленку. Пленка состоит из сильно- и слабопроницаемых прослоек, которые моделируются бесконечно тонкими слоями с бесконечно большой и соответственно бесконечно малой проницаемостью [1–3]. При этом многослойная пленка (мембрана) также является бесконечно тонкой.

Пленки типа (A_1BA_2) . Рассмотрим в пространстве R^3 цилиндр $D = (x \in R) \times (y, z \in Q \subseteq R^2)$, разделенный трехслойной пленкой $x = 0$ на два полуцилиндра $D = (x < 0)$ и $D_2(x > 0)$, когда пленка состоит из сильнопроницаемой прослойки $x = -0$ с параметром A_1 , слабопроницаемой прослойки $x = 0$ с параметром B и сильнопроницаемой прослойки $x = +0$ с параметром A_2 . Параметр сильнопроницаемой прослойки равен пределу произведения бесконечно малой толщины прослойки на ее бесконечно большую проницаемость; параметр слабопроницаемой прослойки равен пределу частного бесконечно малой толщины прослойки на ее бесконечно малую проницаемость [Там же].

Для функций $u_i(x, y, z)$ в полуцилиндрах D_i краевая задача имеет вид [4]:

$$\partial_x^2 u_1 + Lu_1 = 0, \quad Mu_1|_S = 0, \quad x < 0, \quad (1)$$

$$\partial_x^2 u_2 + Lu_2 = H(x, y, z), \quad Mu_2|_S = h(x, y, z), \quad x > 0, \quad (2)$$

$$x = 0: \quad u_2 - u_1 = B(v_1 + A_1 \partial_x^2 u_1), \quad v_2 - v_1 = A_1 \partial_x^2 u_1 + A_2 \partial_x^2 u_2, \quad (3)$$

где $\partial_x^n = \partial^n / \partial x^n$, $S = \partial D$ – боковая поверхность цилиндра D ; $H = 0$ в окрестности пленки $x = 0$, $v_i = k_i \partial_x u_i$ – нормальные составляющие скорости, k_i – проницаемость зоны D_i , операторы L и M являются линейными дифференциальными оператором по переменным y, z , т. е. операторы L и M не содержат производных по x и коэффициенты при производных не зависят от x . Кроме того, операторы L, M и заданные функции $H(x, y, z), h(x, y, z)$ (1, 2) считаются такими, для которых аналогичная классическая задача в цилиндре D без пленки вида

$$\partial_x^2 f + Lf = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ H(x, y, z) & x > 0, \end{cases} \quad Mf|_S = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ h(x, y, z) & x > 0 \end{cases} \quad (4)$$

корректна в некоторых пространствах функций. Отметим, что уравнения (1, 2) могут быть уравнениями любого типа (гиперболического, параболического, эллиптического), т. е. класс задач (1–3) достаточно широкий.

Выразим решение задачи (1–3) с пленкой через решение классической задачи (4) без пленки. Для вывода общих формул применим метод свертывания разложений Фурье [1–3]. В соответствии с указанным методом рассмотрим частные модельные случаи задач (1–4), допускающие применение метода Фурье. В качестве модельных задач рассмотрим простейшие случаи задач (1–3) и (4) на плоскости с декартовыми координатами x, y для оператора

Лапласа вида

$$\Delta u_1 = 0, \quad x < 0; \quad \Delta u_2 = H(x, y), \quad x > 0 \quad (5)$$

с условиями сопряжения (3) и соответствующую задачу

$$\Delta f = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ H(x, y) & x > 0, \end{cases} \quad |f| = O(1), \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty, \quad (6)$$

где $H \in C(x > 0)$. Выразим решение задачи (5), (3) через решение $f(x, y)$ классической задачи (6).

Предположим сначала, что функция $f(0, y)$ разлагается в интеграл Фурье с коэффициентами Фурье $f_i(\lambda)$ [5, с. 529]

$$f(0, y) = \int_0^\infty g d\lambda, \quad g(y, \lambda) = f_1(\lambda) \sin \lambda y + f_2(\lambda) \cos \lambda y, \quad (7)$$

где

$$f_i(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty f(0, y) \sigma_i(y, \lambda) dy, \quad f(0, y) \rightarrow 0, \quad |y| \rightarrow \infty,$$

$\sigma_1(y, \lambda) = \sin \lambda y$, $\sigma_2(y, \lambda) = \cos \lambda y$ (в окончательных формулах данное предположение несущественно). Отсюда функция $f(x, y)$ в полуплоскости $x < 0$, где она удовлетворяет уравнению Лапласа (6), представима в виде

$$f(x, y) = \int_0^\infty e^{\lambda x} g(y, \lambda) d\lambda, \quad x \leq 0 \quad (8)$$

(левая и правая части последнего равенства являются ограниченными решениями однозначно разрешимой задачи Дирихле в полуплоскости $\Delta u = 0$, $x < 0$, $u|_{x=0} = f(0, y)$).

Представим решение модельной задачи (5, 3) также в виде разложений Фурье:

$$u_1(x, y) = \int_0^\infty a_1 e^{\lambda x} g d\lambda, \quad u_2(x, y) = f(x, y) + \int_0^\infty a_2 e^{-\lambda x} g d\lambda, \quad (9)$$

где функция $g(y, \lambda)$ имеет вид (7), $a_i(\lambda)$ – неизвестные параметры. Отсюда функции $u_i(x, y)$ удовлетворяют соответствующему уравнению (5) (при условии сходимости и дифференцируемости интегралов).

Из условий сопряжения (3) с учетом (8) находим

$$a_1(\lambda) = \frac{2k_2}{d(\lambda)}, \quad a_2(\lambda) = -1 + \frac{2k_2(A_1 B \lambda^2 + k_1 B \lambda + 1)}{d(\lambda)}, \quad (10)$$

где

$$d(\lambda) = s\lambda^3 + B(k_1 A_2 + k_2 A_1)\lambda^2 + (A_1 + A_2 + Bk_1 k_2)\lambda + k_1 + k_2, \quad (11)$$

$s = A_1BA_2$.

Из разложения функции $f(x, y)$ (8) следует равенство $f(x - t, y) = \int_0^\infty e^{\lambda(x-t)}gd\lambda$, $x < 0$, $t > 0$. Умножая это равенство на $e^{-\gamma t}t^n$ и интегрируя по $t \in (0, \infty)$, с учетом $\int_0^\infty e^{-at}t^n dt = n!a^{-n-1}$, $a > 0$ получим формулу

$$\frac{1}{n!} \int_0^\infty e^{-\gamma t}t^n f(x - t, y)dt = \int_0^\infty \frac{e^{\lambda x}g(y, \lambda)}{(\lambda + \gamma)^{n+1}}d\lambda, \quad x < 0, \quad (12)$$

где $Re\gamma > 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$; $g(y, \lambda)$ имеет вид (7). Отсюда, раскладывая правильные дроби (10) на простейшие, в случаях $d = s(\lambda + \gamma_1)(\lambda + \gamma_2)(\lambda + \gamma_3)$, $\gamma_i \neq \gamma_j$; $d = s(\lambda + \gamma_1)^2(\lambda + \gamma_2)$, $\gamma_1 \neq \gamma_2$ и $d = s(\lambda + \gamma_1)^3$ приведем функции u_i (9) соответственно к виду (без разложений Фурье, т. е. без сильных осцилляций)

$$u_1 = \frac{2k_2}{s} \int_0^\infty f(x - t, y) \left(\frac{e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21}\gamma_{31}} - \frac{e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31}\gamma_{32}} \right) dt, \quad (13)$$

$$u_2 = f(x, y) - f(-x, y) +$$

$$+ \frac{2k_2}{s} \int_0^\infty f(-x - t, y) \left[\frac{N(\gamma_1)e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21}\gamma_{31}} - \frac{N(\gamma_2)e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{N(\gamma_3)e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31}\gamma_{32}} \right] dt; \quad (14)$$

$$u_1 = \frac{2k_2}{\gamma_{21}^2 s} \int_0^\infty f(x - t, y) [e^{-\gamma_1 t}(\gamma_{21}t - 1) + e^{-\gamma_2 t}] dt, \quad (15)$$

$$u_2 = f(x, y) - f(-x, y) +$$

$$+ \frac{2k_2}{\gamma_{21}^2 s} \int_0^\infty f(-x - t, y) (e^{-\gamma_2 t}N(\gamma_2) + e^{-\gamma_1 t}[\gamma_{21}N(\gamma_1)t - N(\gamma_2) + \gamma_{21}^2 A_1 B]) dt \quad (16)$$

и

$$u_1 = \frac{k_2}{s} \int_0^\infty f(x - t, y)e^{-\gamma_1 t}t^2 dt, \quad (17)$$

$$u_2 = f(x, y) - f(-x, y) +$$

$$+ \frac{2k_2}{s} \int_0^\infty f(-x - t, y)e^{-\gamma_1 t}[2^{-1}N(\gamma_1)t^2 + B(k_1 - 2A_1\gamma_1)t + A_1B]dt, \quad (18)$$

где $\gamma_{ij} = \gamma_i - \gamma_j$, $N(\gamma) = A_1B\gamma^2 - k_1B\gamma + 1$, постоянная s определена в (11), $-\gamma_i$ – корни многочлена $d(\lambda)$ (11), т. е.

$$-s\gamma_i^3 + B(k_1A_2 + k_2A_1)\gamma_i^2 - (A_1 + A_2 + Bk_1k_2)\gamma_i + k_1 + k_2 = 0. \quad (19)$$

Полученные формулы (13–18) справедливы для общего случая задач (1–3) и (4), при этом в указанных формулах переменная y заменяется на y, z .

Теорема 1. Если функция $f(x, y, z)$ является решением корректной задачи (4) и при $x \rightarrow -\infty$ функция $f(x, y, z)$ вместе с производными, входящими в задачу (4), имеет асимпт-

точки

$$|f(x, y, z)| = O(e^{\gamma|x|}), \quad 0 < \gamma < \min \operatorname{Re} \gamma_i, \quad (20)$$

где $-\gamma_i$ – корни многочлена (11), то решение задачи (1–3) существует, единственно и в соответствующих случаях корней многочлена (11) выражается через функцию $f(x, y, z)$ по формулам (13–18).

Доказательство. Если корни $-\gamma_i$ многочлена $d(\lambda)$ (11) действительны, то из неравенства $d(\lambda) > 0$ при $0 \leq \lambda < \infty$ следует $\gamma_i > 0$, при этом интегралы (13–18) при условии (20) сходятся и допускают дифференцирование необходимое число раз.

В случае комплексных корней $-\gamma_{2,3} = -\delta \pm i\beta$ многочлена $d(\lambda)$ (11) функции u_j (13, 14) действительны. При этом $d = s(\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c) = s(\lambda + \gamma_1)(\lambda^2 + p\lambda + q)$, где квадратный трехчлен $\lambda^2 + p\lambda + q$ имеет комплексные корни $-\delta \pm i\beta$, $a = k_1 A_1^{-1} + k_2 A_2^{-1}$, $b = (A_1 + A_2 + Bk_1 k_2)/s$, $c = (k_1 + k_2)/s$, $\delta = p/2$, $p = a - \gamma_1$. Отсюда $ab > c$, $d(0) = sc > 0$, $d(-a) = s(c - ab) < 0$. Тогда действительный корень $-\gamma_1$ многочлена $d(\lambda)$ лежит в интервале $(-a, 0)$, т. е. $-a < -\gamma_1 < 0$. При этом $p = 2\delta = a - \gamma_1 > 0$ или $\delta > 0$. Отсюда в интегралах (13, 14) $\operatorname{Re} \gamma_{2,3} = \delta > 0$, т. е. эти интегралы при выполнении условия (20) (где $0 < \gamma < \delta$) сходятся.

Условия сопряжения (3) для функций (13–18) выполняются тождественно, что проверяется непосредственно. Аргументы функции $f(x, y, z)$ в формулах (13–18), кроме первого слагаемого в формулах (14, 16, 18) принадлежат области $D_1(x < 0)$, где условия задачи (4) для функции $f(x, y, z)$ однородны. При этом если функция $f(x, y, z)$ удовлетворяет однородному уравнению (4): $\partial_x^2 f + Lf = 0$ при $x < 0$, то функция $f(-x, y, z)$ удовлетворяет этому уравнению при $x > 0$. Отсюда условия задачи (1, 2) для функций (13–18) проверяются непосредственно.

Правые части формул (13–18) являются операторами, действующими на функцию $f(x, y, z)$ по одной переменной x (y, z – свободные параметры). Указанные операторы отображают решения задач (4) без пленки на решения задач (1–3) с пленкой. Построим обратные операторы, отображающие решения задач (1–3) с пленкой на решения классических задач (4), т. е. решим интегральные уравнения (13–18) относительно $f(x, y, z)$. Дифференцируя функцию $u_1(x, y, z)$ (13) по x и вычисляя интегралы по частям, получим

$$\frac{s}{2k_2} \partial_x u_1 = \int_0^\infty f(x-t, y, z) \left(-\frac{\gamma_1 e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21} \gamma_{31}} + \frac{\gamma_2 e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21} \gamma_{32}} - \frac{\gamma_3 e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31} \gamma_{32}} \right) dt, \quad (21)$$

$$\frac{s}{2k_2} \partial_x^2 u_1 = \int_0^\infty f(x-t, y, z) \left(\frac{\gamma_1^2 e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21} \gamma_{31}} - \frac{\gamma_2^2 e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21} \gamma_{32}} + \frac{\gamma_3^2 e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31} \gamma_{32}} \right) dt, \quad (22)$$

$$\frac{s}{2k_2} \partial_x^3 u_1 = f(x, y, z) - \int_0^\infty f(x-t, y, z) \left(\frac{\gamma_1^3 e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21} \gamma_{31}} - \frac{\gamma_2^3 e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21} \gamma_{32}} + \frac{\gamma_3^3 e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31} \gamma_{32}} \right) dt. \quad (23)$$

Умножая функции $\partial_x^i u_1(x, y, z)$ при $i = 0, 1, 2, 3$ (13, 21–23) соответственно на $s(k_1 + k_2)/(2k_2)$, $A_1 + A_2 + Bk_1 k_2$, $B(k_1 A_2 + k_2 A_1)$, s и складывая, с учетом равенства (19) найдем

$$\begin{aligned} f(x, y, z) = & \frac{1}{2k_2} [s \partial_x^3 u_1(x, y, z) + B(k_1 A_2 + k_2 A_1) \partial_x^2 u_1(x, y, z) + \\ & + (A_1 + A_2 + Bk_1 k_2) \partial_x u_1(x, y, z) + (k_1 + k_2) u_1(x, y, z)], \quad x < 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя функцию $f(-x, y, z)$ (24) при $x > 0$ в равенство (14), с учетом равенств (13, 21, 22) получим

$$f(x, y, z) = u_2(x, y, z) + \frac{1}{2k_2} [s\partial_\xi^3 u_1(\xi, y, z) + B(k_1 A_2 - k_2 A_1)\partial_\xi^2 u_1(\xi, y, z) + (A_1 + A_2 - Bk_1 k_2)\partial_\xi u_1(\xi, y, z) + (k_1 - k_2)u_1(\xi, y, z)], \quad x > 0, \quad (25)$$

где $\xi = -x$. Для других случаев корней $-\gamma_i$ многочлена (19) из формул (15–18) функцию $f(x, y, z)$ также получим в виде (24, 25). С учетом условий сопряжения (3) для функции $f(x, y, z)$ (24, 25) при $x = 0$ выполняются необходимые условия

$$\frac{\partial^k f}{\partial x^k} \Big|_{x=-0} = \frac{\partial^k f}{\partial x^k} \Big|_{x=+0}, \quad k = 0, 1, 2,$$

т. е. функция $f(x, y, z)$ непрерывная и достаточно гладкая. При этом если функции $u_{1,2}(x, y, z)$ являются решением задач (1–3), то функция $f(x, y, z)$ (24, 25) удовлетворяет условиям задачи (4), что проверяется непосредственно. Из единственности решения $f(x, y, z)$ задачи (4) следует единственность решения (13–18) задач (1–3). Теорема доказана.

Пленки типа $(B_1 A B_2)$. Рассмотрим для функций $u_i(x, y, z)$ в полуцилиндрах D_i класс задач (1, 2),

$$x = 0 : \quad u_2 - u_1 = B_1 v_1 + B_2 v_2, \quad v_2 - v_1 = A\partial_x^2(u_1 + B_1 v_1), \quad (26)$$

где $v_i = k_i \partial_x u_i$. В данном случае полуцилиндры D_i разделены трехслойной пленкой, состоящей из слабопроницаемой прослойки $x = -0$ с параметром B_1 , сильнопроницаемой прослойки $x = 0$ с параметром A и слабопроницаемой прослойки $x = +0$ с параметром B_2 [4]. Решение соответствующей модельной задачи (5, 26) имеет вид (9), где

$$a_1(\lambda) = \frac{2k_2}{d(\lambda)}, \quad a_2(\lambda) = 1 - \frac{2(AB_1 k_1 \lambda^2 + A\lambda + k_1)}{d(\lambda)}, \quad (27)$$

$$d(\lambda) = s\lambda^3 + A(k_1 B_1 + k_2 B_2)\lambda^2 + (A + \beta_1 + \beta_2)\lambda + k_1 + k_2, \quad (28)$$

$s = B_1 A B_2 k_1 k_2$, $\beta_i = B_i k_i k_2$, $f(x, y)$ – решение задачи (6). Отсюда, раскладывая правильные дроби (27) на простейшие, в случаях $d = s(\lambda + \gamma_1)(\lambda + \gamma_2)(\lambda + \gamma_3)$, $\gamma_i \neq \gamma_j$; $d = s(\lambda + \gamma_1)^2(\lambda + \gamma_2)$, $\gamma_1 \neq \gamma_2$ и $d = s(\lambda + \gamma_1)^3$ функции u_i (9) с учетом формулы (12) приведем соответственно к виду

$$u_1 = \frac{2k_2}{s} \int_0^\infty f(x-t, y, z) \left(\frac{e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21}\gamma_{31}} - \frac{e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31}\gamma_{32}} \right) dt, \quad (29)$$

$$u_2 = f(x, y, z) + f(-x, y, z) -$$

$$-\frac{2}{s} \int_0^\infty f(-x-t, y, z) \left[\frac{N(\gamma_1)e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_{21}\gamma_{31}} - \frac{N(\gamma_2)e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{N(\gamma_3)e^{-\gamma_3 t}}{\gamma_{31}\gamma_{32}} \right] dt; \quad (30)$$

$$u_1 = \frac{2k_2}{\gamma_{21}^2 s} \int_0^\infty f(x-t, y, z) [e^{-\gamma_1 t}(\gamma_{21}t - 1) + e^{-\gamma_2 t}] dt, \quad (31)$$

$$u_2 = f(x, y, z) + f(-x, y, z) -$$

$$-\frac{2k_2}{\gamma_{21}^2 s} \int_0^\infty f(-x-t, y, z) (e^{-\gamma_2 t} N(\gamma_2) + e^{-\gamma_1 t} [\gamma_{21} N(\gamma_1) t - N(\gamma_2) + \gamma_{21}^2 A B_1 k_1]) dt \quad (32)$$

и

$$u_1 = \frac{k_2}{s} \int_0^\infty f(x-t, y, z) e^{-\gamma_1 t} t^2 dt, \quad (33)$$

$$u_2 = f(x, y, z) + f(-x, y, z) -$$

$$-\frac{2}{s} \int_0^\infty f(-x-t, y, z) e^{-\gamma_1 t} [2^{-1} N(\gamma_1) t^2 + A(1 - 2B_1 k_1 \gamma_1) t + A B_1 k_1] dt, \quad (34)$$

где $-\gamma_i$ – корни многочлена $d(\lambda)$ (28), т. е.

$$-s\gamma_i^3 + A(k_1 B_1 + k_2 B_2)\gamma_i^2 - (A + \beta_1 + \beta_2)\gamma_i + k_1 + k_2 = 0,$$

$\gamma_{ij} = \gamma_i - \gamma_j$, $N(\gamma) = A B_1 k_1 \gamma^2 - A\gamma + k_1$; s и β_i определены в (28).

Теорема 2. Если функция $f(x, y, z)$ является решением корректной задачи (4) и при $x \rightarrow -\infty$ функция $f(x, y, z)$ вместе с производными, входящими в задачу (4), имеет асимптотику (20), то решение задач (1, 2, 26) существует, единственно и в соответствующих случаях корней многочлена (28) выражается через функцию $f(x, y, z)$ по формулам (29–34).

Доказательство аналогично доказательству предыдущей теоремы, при этом оператор, обратный операторам (29–34) имеет вид

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2k_2} [s \partial_x^3 u_1(x, y, z) + A(k_1 B_1 + k_2 B_2) \partial_x^2 u_1(x, y, z) + (A + \beta_1 + \beta_2) \partial_x u_1(x, y, z) + (k_1 + k_2) u_1(x, y, z)], \quad x < 0,$$

$$f(x, y, z) = u_2(x, y, z) - \frac{1}{2k_2} [s \partial_\xi^3 u_1(\xi, y, z) + A(k_2 B_2 - k_1 B_1) \partial_\xi^2 u_1(\xi, y, z) + (\beta_1 + \beta_2 - A) \partial_\xi u_1(\xi, y, z) + (k_2 - k_1) u_1(\xi, y, z)], \quad x > 0,$$

где $\xi = -x$.

Отметим, что условие на бесконечности (20) для функции $f(x, y, z)$ в рассмотренных случаях является достаточно слабым, т. е. полученные несобственные интегралы (13–18), (29–34) для функций $u_i(x, y, z)$ сходятся достаточно быстро.

Таким образом, формулы (13–18), (29–34) устанавливают взаимнооднозначное соответствие между решениями рассмотренных задач с пленками и решениями аналогичных классических задач вида (4) без пленки при сохранении области D , уравнения и внешних граничных условий.

Частные случаи. Рассмотрим конкретные задачи в различных областях с пленочными включениями, для которых решение соответствующей задачи без пленки, т. е. функция $f(x, y, z)$, строится в конечном виде, при этом решение задач с пленками строится по выведенным формулам в однократных квадратурах.

Фундаментальные решения для уравнения Лапласа на всей плоскости $P_0 = R^2$, в полуплоскости $P_1 = (x \in R) \times (0 < y < \infty)$ и в полосе $P_2 = (x \in R) \times (0 < y < \pi)$ с однородными граничными условиями Дирихле на $\partial P_{1,2}$ имеют соответственно вид

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi} \ln[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2], \quad x_0 > 0, \quad (35)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{(x - x_0)^2 + (y + y_0)^2}, \quad x_0 > 0, \quad y_0 > 0 \quad (36)$$

и

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\operatorname{ch}(x - x_0) - \cos(y - y_0)}{\operatorname{ch}(x - x_0) - \cos(y + y_0)}, \quad x_0 > 0, \quad 0 < y_0 < \pi, \quad (37)$$

при этом функция $f(x, y)$ в соответствующей области удовлетворяет условиям $\Delta f = \delta(x - x_0, y - y_0)$, $f|_{\partial P_{1,2}} = 0$, где $\delta(x, y)$ – функция Дирака. Тогда фундаментальные решения аналогичных задач в кусочно-однородных областях P_j , $j = 0, 1, 2$ проницаемости k_i в D_{ij} , $i = 1, 2$, с трехслойными пленками $x = 0$ строятся по найденным формулам (13–18), (29–34), где $D_{1j}(x < 0)$, $D_{2j}(x > 0)$; переменная $y \in R$, $0 < y < \infty$, $0 < y < \pi$ соответственно при $j = 0, 1, 2$ и в указанных формулах функция $f(x, y)$ соответственно равна (35–37).

Рассмотрим в полуплоскости $P_1(y > 0)$ задачу Дирихле

$$\Delta f = 0, \quad f|_{y=0} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ h(x) & x > 0, \end{cases} \quad |f(x, y)| = O(1), \quad (38)$$

решение которой имеет вид

$$f(x, y) = \frac{y}{\pi} \int_0^\infty \frac{h(t) dt}{(x - t)^2 + y^2}.$$

При этом для граничной функции вида «ступеньки»

$$h(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (x_1, x_2), \\ c & x \in (x_1, x_2), \end{cases} \quad x_1 > 0, \quad (39)$$

решение задачи (38) строится в конечном виде

$$f(x, y) = \frac{c}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{x - x_1}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x - x_2}{y} \right). \quad (40)$$

Также решение задачи Дирихле в полосе $P_2(0 < y < \pi)$

$$\Delta f = 0, \quad f|_{y=0} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ h(x) & x > 0, \end{cases} \quad f|_{y=\pi} = 0$$

строится по формуле

$$f(x, y) = \frac{\sin y}{2\pi} \int_0^\infty \frac{h(t) dt}{\operatorname{ch}(x - t) - \cos y}$$

и для граничной функции (39) имеет конечный вид

$$f(x, y) = \frac{c}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{\cos y - e^{x_1 - x}}{\sin y} - \operatorname{arctg} \frac{\cos y - e^{x_2 - x}}{\sin y} \right). \quad (41)$$

Функция Грина $f(x, t, \xi)$ задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности: $\partial_t f - \partial_x^2 f = 0$, $f|_{t=0} = \delta(x - \xi)$, имеет вид [6, с. 222]:

$$f(x, t, \xi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \exp \left[-\frac{(x - \xi)^2}{4t} \right], \quad \xi > 0, \quad x \in R, \quad t > 0. \quad (42)$$

Тогда решения аналогичных задач в соответствующих кусочно-однородных областях с трехслойными пленками $x = 0$ выражаются через функции f (40–42) в однократных квадратурах (13–18), (29–34).

Если пленка отсутствует (идеальный контакт полуцилиндров D_i), то решение задачи (1, 2) с классическими условиями сопряжения

$$x = 0: \quad u_1 = u_2, \quad k_1 \partial_x u_1 = k_2 \partial_x u_2$$

получим в виде

$$u_1 = \frac{2k_2}{k_1 + k_2} f(x, y, z), \quad u_2 = f(x, y, z) + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} f(-x, y, z),$$

где $f(x, y, z)$ – решение задачи (4). Отсюда в частном случае уравнения Лапласа следуют формулы, полученные методом отражения особых точек [7].

Список литературы

1. Kholodovskii S. E. A Method of Convolution of Fourier Expansions as Applied to Solving Boundary Value Problems with Intersecting Interface Lines // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2007. Vol. 47, No. 9. P. 1489–1495.

2. Kholodovskii S. E. The Convolution Method of Fourier Expansions. The Case of Generalized Transmission Conditions of Crack (Screen) Type in Piecewise Inhomogeneous Media // *Differential Equations*. 2009. Vol. 45, No. 6. P. 873–877.
3. Холодовский С. Е. О многослойных пленках на границе полупространства // *Математические заметки*. 2016. Т. 99. Вып. 3. С. 421–427.
4. Холодовский С. Е. Задачи математической физики в областях с пленочными включениями. Чита: Забайкал. гос. ун-т, 2015. 232 с.
5. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1962. Т. 3. 656 с.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
7. Голубева О.В. Обобщение теоремы об окружности на фильтрационные течения // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1966. № 1. С. 113–116.

References

1. Kholodovskii S. E. A Method of Convolution of Fourier Expansions as Applied to Solving Boundary Value Problems with Intersecting Interface Lines // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2007. Vol. 47, No. 9. P. 1489–1495.
2. Kholodovskii S. E. The Convolution Method of Fourier Expansions. The Case of Generalized Transmission Conditions of Crack (Screen) Type in Piecewise Inhomogeneous Media // *Differential Equations*. 2009. Vol. 45, No. 6. P. 873–877.
3. Kholodovskii S. E. O mnogoslnoykh plenkakh na granitse poluprostranstva // *Matematicheskie zametki*. 2016. Т. 99. Вып. 3. С. 421–427.
4. Kholodovskii S. E. Zadachi matematicheskoi fiziki v oblastiakh s plnochnymi vkluycheniyami. Chita: Zabaikal. gos, un-t, 2015. 232 s.
5. Fikhtengol'ts G. M. Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. M.: Nauka, 1962. Т. 3. 656 s.
6. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. Uravneniya matematicheskoi fiziki. M.: Nauka, 1972. 736 s.
7. Golubeva O.V. Obobshchenie teoremy ob okruzhnosti na fil'tratsionnye techeniya // *Izv. AN SSSR. MZhG*. 1966. No 1. S. 113–116.

Библиографическое описание статьи

Холодовский С. Е. О математической модели динамических процессов в биоматериалах с трехслойными наноразмерными пленками // *Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология*. 2016. Т. 11, № 4. С. 11–20.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-11-20.

Reference to article

Kholodovskii S. Ye. About Mathematical Models of Dynamic Processes in Biomaterials with Nanoscale Three-Layer Films // *Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology*. 2016. Vol. 11, No 4. P. 11–20.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-11-20.

Статья поступила в редакцию 25.05.2016

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

MATHEMATICAL MODELS OF DYNAMIC PROCESSES

УДК 621.548

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-21-32

Олег Иванович Вийтович,
аспирант,

*Забайкальский государственный университет
(672007, Россия, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30),
e-mail: Viytovich-O@mail.ru*

Оценка капитальных затрат на строительство ветроустановок на стадии проектирования

Технические эксплуатационные затраты по способу начисления на одну единицу продукции (в качестве продукции принимаем полученную электроэнергию, необходимую для потребителя) могут быть прямыми и косвенными. Прямыми затратами называются затраты, в состав которых входят: фонд оплаты труда для обслуживающего персонала, затраты на смазочные материалы, затраты на техническую эксплуатацию (т. е. количество отказов до первого текущего ремонта), на текущий и капитальный ремонты, на транспортно-заготовительные работы и на амортизационные отчисления. Косвенные затраты, в состав которых входят: общепроизводственные и общехозяйственные.

Ключевые слова: прямые затраты, косвенные затраты, амортизационные отчисления, затраты на техническую эксплуатацию, затраты на текущий ремонт, затраты на капитальный ремонт, затраты на транспортно-заготовительские работы, заработная плата персонала

Oleg I. Viytovich,

Postgraduate Student,

Transbaikal State University

(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),

e-mail: Viytovich-O@mail.ru

Estimation of Capital Expenditure for the Construction of Wind Turbines at the Design Stage

Technical operating costs by way of charges per unit of products (we take necessary received electricity for the consumer as products) can be direct or indirect. Direct costs are called expenses which include: payroll for staff, costs for lubricants, maintenance operation (i. e., the number of failures before the first maintenance), current and capital repairs, transportation and procurement of works and depreciation deductions. Indirect costs include: overhead and general running.

Keywords: direct costs, indirect costs, depreciation charges, technical maintenance costs, maintenance work costs, capital repairs costs, transport-supplying work costs, staff salary

Величина потребных капитальных вложений в ветроустановку в общем случае складывается из следующих величин:

$$K = K_{уст} + K_{рб} + K_{зч} + K_{зм}, \quad (1)$$

где $K_{уст}$ — капитальные вложения, связанные с изготовлением (с приобретением) ветроустановки, р./год;

$K_{рб}$ — капитальные вложения в ремонтно-восстановительные работы, а также расходы на текущее содержание для ветроустановки нетрадиционного типа, р./год;

$K_{зч}$ — капитальные вложения на резервные детали, р./год;

$K_{зм}$ — капитальные вложения на запасы смазочных материалов, р./год.

Капитальные вложения, связанные с приобретением первоначальной стоимости:

$$K_{уст} = [Ц_{уст} + (K_{тр} + K_{м})] + N_{уст}, \quad (2)$$

где $Ц_{уст}$ — оптовая цена установки, р./ за ед.;

$K_{тр}$ — коэффициент, учитывающий затраты на транспортно-заготовительные работы, составляет 10 % от СМР, р.;

$K_{м}$ — коэффициент, учитывающий затраты на строительно-монтажные работы, составляет 50 % от оптовой стоимости оборудования, р.;

Если ветроустановка изготавливается собственными силами, то капитальные вложения определяются как сумма себестоимости изготовления данного оборудования и средней прибыли на нее. Средняя прибыль может быть взята в размере 25 % от себестоимости.

Увеличение надежности ветроустановки и ее срока службы позволяет снизить на единовременные затраты за счет уменьшения стоимости резерва запасных деталей и дополнительных затрат на текущее содержание. Обратные средства в запасе резерва деталей могут быть определены по формуле

$$K_{з.ч.} = \sum_{i=1}^n 1, 2, 3i \times Ц_i \text{ р./год}, \quad (3)$$

где n — количество наименований резерва запасных частей;

1, 2, 3i — норма запаса i-й детали, шт.;

$Ц_i$ — цена одной детали, р./шт.

Экономия капитальных вложений (р.) в ремонтно-техническую базу и текущее содержание ветроустановки повышенной надежности может быть рассчитана по формуле

$$\Delta K_{р.б.} \times K_{р.б.} = K_{р.б.у.} \frac{П_{рс} - П_{рн}}{П_{рс}}, \quad (4)$$

где $K_{р.б.у.}$ — удельные капитальные вложения в ремонтно-техническую базу и текущее содержание в расчете на одну ветроустановку до повышения надежности, р./год.

Удельные капитальные вложения составляют в три раза меньше при нетрадиционном типе оборудования:

$$\Delta K_{р.б.}(нтр) < \Delta K_{р.б.}(тр) = 1,5$$

$П(тр)$ и $П(нтр)$ — соответственно количество ремонтов ветроустановки традиционного и нетрадиционного типа составляет:

$П(тр)$ — 1 раз в год, р./год, традиционного типа;

П(нтр) – 1 раз в 3 года, р./год, нетрадиционного типа.

Капитальные вложения в запасы смазочных материалов (р.) определяются по формуле

$$Кз.с.м. = \sum_{\beta=1}^a Дз.с. \times Цс \times Ктр \text{ (р./год)}, \quad (5)$$

где a – количество видов смазочных материалов, применяемых для нормальной эксплуатации ветроустановки (агрегатов);

Дзс – норма запаса смазочного вида (агрегатов);

Цс – цена смазочного материала смазочного вида, р./кг;

Ктр – коэффициент, учитывающий транспортно-заготовительные расходы, составляет 10 % от СМР.

Определение затрат на техническую эксплуатацию ветроустановки. В расчетах экономической эффективности ветроустановок достаточно ограничиться на прямых затратах. Прямые эксплуатационные затраты определяются как сумма всех перечисленных затрат по формуле:

$$С = Сфот + Са + Стр + Ссм + Сотк + Скр. \quad (6)$$

Из теоретических расчетов видно, что прямые эксплуатационные затраты в полтора раза ниже при нетрадиционном типе оборудования:

$$С = См/з(нтр) \leq См/з(тр) = 2 \text{ раза}, \quad (7)$$

где Сфот – фонд оплаты труда обслуживающего персонала, (одного сотрудника) р./мес.; р./год;

Са(тр) – амортизационные отчисления, р./год, для оборудования традиционного типа;

Са(нтр) – амортизационные отчисления, р./год, для оборудования нетрадиционного типа;

Стр(тр) – затраты на текущий ремонт, р./рем., для традиционного типа;

Стр(нтр) – затраты на текущий ремонт, р./рем., для нетрадиционного типа;

Ссм – затраты на смазочные материалы, определяются в соответствии с техническими нормами и нормативами, р./год, [5];

Сотк – затраты на устранение отказов, р./год;

Скр – затраты на капитальные ремонты, р./рем.

Заработная плата технического персонала может рассчитываться по нескольким направлениям, в зависимости от того, закреплен ли персонал за данным объектом (ветроустановкой) или выполняет часть определенных функций.

В первом случае фонд оплаты труда персонала (Сфот – фонд оплаты труда, состоит из часовой тарифной ставки и фонда времени. р./мес., р./год [1]) может рассчитываться по формуле

$$Сфот = С50 \times Фд[15], \quad (8)$$

где С50 – часовая тарифная ставка персонала занятого (одного сотрудника) техническим обслуживанием ветроустановки, р./ч [1];

Фд – действительный фонд времени технического персонала (одного сотрудника) за

один год составляет 1986 ч/год, среднее количество рабочих часов в месяц составляет 165,5 ч/мес. [15].

Если же техническое обслуживание занимает у технического персонала (одного сотрудника) часть рабочего времени, а остальное время он занят другим видом деятельности, в фонде оплаты труда должна быть учтена только та часть рабочего времени, которая приходится именно на обслуживание ветроустановки. Амортизационные отчисления на реновацию могут быть определены по формуле [15].

$$C_a = \frac{K_b}{T_{сл}}, \quad (9)$$

$C_{a(нтр)}$ – для нетрадиционного типа оборудования;

$C_{a(тр)}$ – для традиционного типа оборудования.

Из теоретических расчетов можно определить, что амортизационные отчисления при нетрадиционном типе оборудования меньше в два раза

$$C_{a(нтр)} = \frac{K_b}{T_{сл}} < C_{a(тр)} = \frac{K_b}{T_{сл}}, \quad (10)$$

где $K_b(тр)$ – балансовая стоимость традиционной ветроустановки, р./ед.;

$K_b(нтр)$ – балансовая стоимость нетрадиционной ветроустановки, р./ед.;

$T_{сл}(тр)$ – срок службы традиционной ветроустановки составляет 15 лет;

$T_{сл}(нтр)$ – срок службы нетрадиционной ветроустановки составляет 25 лет;

$a(тр)$ – годовая норма амортизационных отчислений на реновацию, р./год, для традиционного типа оборудования;

$a(нтр)$ – годовая норма амортизационных отчислений на реновацию, р./год, для нетрадиционного типа оборудования.

Затраты на капитальный ремонт определяются по формуле:

$$Скр = nr \times Ср, \quad (11)$$

$Скр = nr(тр) \times Ср(тр)$; р./рем./год, затраты на капитальный ремонт для традиционного типа;

$Скр = nr(нтр) \times Ср(нтр)$; р./рем./год, затраты на капитальный ремонт для нетрадиционного типа.

По данным теоретическим расчетам можно определить, что затраты на капитальный ремонт при нетрадиционном типе оборудования меньше в 4,99 раза;

$$Скр = nr(нтр) \times Ср(нтр) < nr(тр) \times Ср(тр) = 4,99 \text{ раза,}$$

где nr – число капитальных ремонтов за весь срок службы 15 лет составляет 5 ремонтов для оборудования традиционного типа, р./срок службы (1 раз в три года) [6];

nr – число капитальных ремонтов за весь срок службы 25 лет составляет 5 ремонтов для оборудования нетрадиционного типа, р./срок службы (1 раз в пять лет);

$Ср$ – стоимость одного ремонта, р./рем. [Там же].

Затраты на смазочные материалы ($Ссм$ – справочник по техническим нормам и нормативам расхода смазочных материалов [Там же]) определяются по формуле

$$Ссм = Дсм \times Цсм, \quad (12)$$

где $D_{см}$ — расход смазочных материалов за год, кг [Там же];

$C_{см}$ — стоимость смазочных материалов, р./кг [Там же].

Затраты на устранение отказов будут складываться из фонда заработной платы технического персонала (одного сотрудника), участвующего в устранении отказов и материальных затрат

$$C_{отк.} = \Phi OT + M; \text{ р./мес.} \quad (13)$$

где ΦOT — заработная плата одного сотрудника р./мес.;

$M1$ — материальные затраты для традиционного типа оборудования, р./год [Там же];

$M2$ — материальные затраты для нетрадиционного типа оборудования, р./год [Там же].

Из теоретических расчетов видно, что расход материальных затрат на устранение отказов при нетрадиционном типе оборудования меньше в 2,72 раза:

$$C_{отк.} = \Phi OT + M1(нтр) < \Phi OT + M2 = 2,72 \text{ (раза).}$$

Экономия материальных затрат по данным теоретическим расчетам в 1,99 раза меньше, за период эксплуатации 25 лет.

$$\Phi OT = C \times K_n \times K_d, \quad (14)$$

где C — часовая тарифная ставка технического персонала (одного сотрудника) занятого устранением отказа ветроустановки, р./ч;

K_n — коэффициенты, учитывающие отчисления на социальное страхование составит 2 % (ΦOT) р./мес., р./год;

K_d — коэффициент, учитывающие отчисления на дополнительную заработную плату составляет 1 % (ΦOT) р./мес., р./год;

$t_{от}$ — время устранения отказа, составляет 0,5 ч [Там же];

m — количество разновидностей материала применяемых при ремонте, составляет 2 и более разновидностей [Там же].

$M1$ — затраты на материальные ресурсы определяются по формуле

$$M1 = C_{см} + C_{тр} - \text{р./год}, \quad (15)$$

где $C_{см}$ — р./год [5];

$M1(тр)$ — р./год (для традиционной ветроустановки);

$M2(нтр)$ — р./год (для нетрадиционной ветроустановки);

Экономия затрат на смазочные материалы составляет по расчетам в 2,75 раза меньше при нетрадиционном типе оборудования, р./год;

D — количество наименований деталей необходимых для устранения отказов — 2 и более наименований;

D_k — количество деталей k-го вида — 2;

C_k — стоимость деталей k-го вида составляет в соответствии со справочником (нормы и расценки) р./шт.

Расходы на текущий ремонт ветроустановки из расчета на один год определяются по формуле

$$Стр = \frac{Tr}{Tp} \times nn \left(\sum_k^d Дк \times Цк + \sum_k^c tзк \times Ppp \right), \quad (16)$$

где Tr — и $Tг$ — соответственно годовая наработка и ресурс до первого текущего ремонта;

$Tг$ — составляет 8760 ч/год за 1 год, для традиционной ветроустановки, (справочник Минтруда);

Tr — составляет — 26280 ч/за 3 года; для традиционной ветроустановки, (справочник Минтруда);

nn — количество элементов — ni ;

$Д$ — количество наименований заменяемых деталей — n ;

$Цк$ — стоимость детали k -го наименования р./ед. [4];

$tзк$ — время, необходимое для замены k -го вида [5];

Ppp — расценка за 1 ч ремонтных работ составляет [Там же].

Затраты на выполнение технических осмотров определяются по формуле

$$Сто = To \times to \times to, \text{ р./день}, \quad (17)$$

где To — число технических осмотров на ветроустановку, осм./день [6];

to — время, затрачиваемое на технический осмотр, ч [Там же];

to — расценка за 1 ч, затраченный на технический осмотр, р./ч [5].

Таблица 1

Требуемые технические показатели

Показатели надежности для ветроустановки $m = 0,030$ км	Ветроустановка независимо от применяемой структуры	Ветроустановка перспективной структуры	Оборудование комплекса ветроустановки		
			Генератор	Компрессор управления	Щит
Коэффициент простоя (требуемые показатели)	0,01	0,002	0,007	0,03	0,001
Коэффициент простоя для традиционной стратегии	$1,627 \cdot 10^{-3}$	0,002	$0,228 \cdot 10^{-3}$	$1,899 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент простоя для оптимальной стратегии	$2,03 \cdot 10^{-3}$	0,002	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$1,434 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$

Экономическая эффективность ветроустановки. Расчет экономической эффективности выполнен для двух методов получения электроэнергии: традиционный и нетрадиционный методы.

Основой выбора одного из способов применения энергоносителя являются приведенные затраты Π_i , минимум свидетельствует о его эффективности

$$\Pi_i = Si + 0,15 \cdot Ki \rightarrow \min. \quad (18)$$

При этом:

$$Si = 1,09 \times C_{\text{мат}}^i + C_{\text{мат}}^i = 1,15 \times Zi, \quad (19)$$

$$\Pi_i = Si + 0,15 \times Ki, \quad (20)$$

где S_i — общая стоимость способа, р./кВт.

В качестве примера ниже приводится схема для ветроустановки нетрадиционного типа, и таблица технических норм (табл. 2, рисунок).

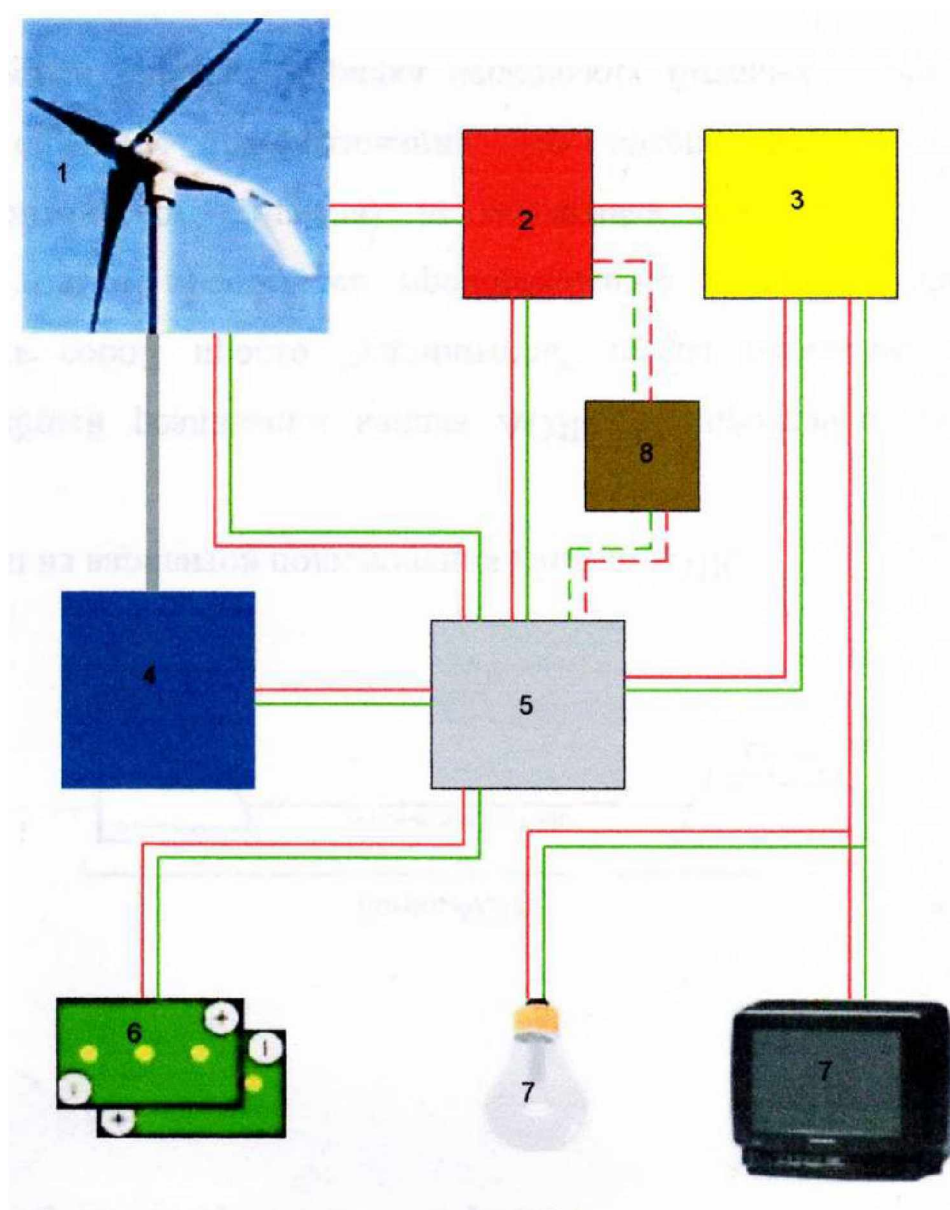


Рисунок. Схема функциональных элементов ветроустановки:

- 1 – ветрогенератор; 2 – блок управления ветроустановки; 3 – щит распределения нагрузки;
- 4 – входной электрощит; 5 – преобразователь (выпрямитель); 6 – аккумуляторная батарея (24В);
- 7 – бытовые приборы (нагрузка); 8 – компрессорная установка

K_i — единовременные капитальные затраты р./за ед., для традиционного типа ветроустановки;

K_i — единовременные капитальные затраты р./за ед., для нетрадиционного типа ветроустановки.

Единовременные капитальные затраты при нетрадиционном типе оборудования ниже в 4,99 раз по сравнению с традиционным типом.

$C_{\text{мат}}$ — стоимость материалов, для которых необходим учет транспортных расходов, р./шт.;

Z_i — заработная плата одного сотрудника определяется по формуле: $C_{\text{фот}} = C_{50} \times F_d$, р./мес.;

1,09 — коэффициент, учитывающий транспортно-заготовительные расходы; справочник (транспортные расходы).

1,15 — коэффициент накладных расходов к заработной плате [5].

Энергоноситель имеет в составе дополнительные агрегаты и включает следующие затраты и операции:

1. Зарплата и трудоемкость монтажа ветроустановки:

$псэ$ — количество агрегатов ветроустановки, шт.;

$Z_{сэ}$ = заработная плата при установке одного агрегата, р./шт.;

$T_{сэ}$ = трудоемкость при установке одного агрегата, чел. дн./шт.

В данном случае расценки и трудоемкость взяты из справочных данных [4].

2. Зарплата и трудоемкость монтажа опоры высотой до 6 метров:

$псэ$ — количество агрегатов опоры, 1 шт.:

$Z_{сэ}$ — стоимость одного агрегата, р./шт. [Там же];

$T_{сэ}$ — трудоемкость при установке одного агрегата, чел. дн./шт.

3. Зарплата и трудоемкость монтажа дополнительных агрегатов:

$псэ$ — количество дополнительных агрегатов, шт.;

$Z_{сэ}$ — заработная плата при установке одного агрегата, р./шт.;

$T_{сэ}$ — трудоемкость при установке одного агрегата, чел. дн./шт.

Рассчитаем трудоемкость для дополнительных агрегатов в количестве $псэ$, чел. дн./шт.

$Z_{сэ}$ — заработная плата при установке одного агрегата, р./шт.;

$T_{сэ}$ — трудоемкость при установке дополнительных агрегатов, чел. дн./шт.

4. Рассчитаем общую заработную плату и трудоемкость строительно-монтажных работ ветроустановки по формуле, р.:

$$\sum Z_{сэ} = Z_{сэ1} + Z_{сэ2} + Z_{сэ3}, \quad (21)$$

где $Z_{сэ1}$ — заработная плата при установке одного агрегата [Там же];

$Z_{сэ2}$ — заработная плата при установке одной опоры до 6 метров [Там же];

$Z_{сэ3}$ — заработная плата при установке дополнительных агрегатов [Там же].

5. Рассчитаем трудоемкость при установке агрегатов по формуле

$$\sum T_{сэ} = T_{сэ1} + T_{сэ2} + T_{сэ3} \text{ чел./дн.}, \quad (22)$$

где $T_{сэ1}$ — трудоемкость при установке одного агрегата, чел. дн./шт.; справочные данные [Там же];

$T_{сэ2}$ — трудоемкость при установке одной опоры до 6 метров, чел. дн./шт.; справочные данные [Там же];

$T_{сэ3}$ — трудоемкость при установке дополнительных агрегатов, чел. дн./шт.; справочные данные [Там же].

6. Рассчитаем производительность ветроустановки до 10 кВт/ч

$$P_{см} = t_i \times C_i \text{ (кВт/ч)}, \quad (23)$$

t_i — время работы ветроустановки в сутки составляет 23 ч/сут.;

C_i — фонд оплаты труда технического персонала, р./мес.

В статье проанализировано и обосновано научное исследование, заключающееся в следующем:

– технико-экономическое обоснование и оценка экономической эффективности ветроустановок на стадии проектирования могут быть обеспечены на основе экономических расчетов, а также исследования комплексного показателя коэффициента надежности, учитывающего основные факторы: климатические, экологические, технологические, экономические.

1. Определены капитальные затраты на строительство ветроустановки с учетом всех экономических показателей для различных проектных решений.

2. Определение затрат на техническую эксплуатацию ветроустановки с учетом прямых и косвенных факторов для различных вариантных решений.

3. Проведен расчет наработанных часов до первого капитального ремонта ветроустановки с учетом дополнительных узлов и агрегатов на стадии проектирования.

4. Проведен анализ экономической эффективности ветроустановки для получения электроэнергии с учетом проектного решения.

5. Проведены экспериментальные исследования и внедрение ветроустановок, запроектированных с учетом показателя коэффициента эксплуатационной надежности, где определены данные в получении экономической эффективности для различных вариантных технологических решениях на стадии проектирования.

6. Определена экономическая эффективность ветроустановки для различных вариантных разработок.

Сравнивая два типа оборудования, можем определить экономический эффект:

- стоимость электрической энергии 1кВт/ч, традиционного типа;
- стоимость электрической энергии 1кВт/ч, нетрадиционного типа;
- срок окупаемости оборудования (комплекс) традиционного типа;
- срок окупаемости оборудования (комплекс) нетрадиционного типа;
- эксплуатационный срок службы (комплекс) традиционного типа;
- эксплуатационный срок службы (комплекс) нетрадиционного типа.

Список литературы

1. Справочник по электроустановкам промышленных предприятий. Т. 2. Монтаж электроустановок промышленных предприятий / под ред. И. Е. Боричева. М.: Энергия, 1996.
2. Проектирование электроустановок промышленных предприятий / под ред. Я. М. Большам, В. А. Грачев, М. Л. Самовер. М.: Энергия, 1986. Ч. 1.
3. Справочник по проектированию электроснабжения / Д. Л. Файбисович [и др.]. М.: Энергия, 2003.
4. Единые нормы и расценки на ремонтно-строительные работы: справочник: сборник Е23 «Электромонтажные работы». Вып. 3. 1986.
5. Нормы и нормативы: справочник. НТП ЭПП-94 Нормы технологического проектирования. Проектирование электроснабжения промышленных предприятий (взамен СН 174-75) НТП ЭПП-94. Нормы технологического проектирования. Проектирование электроснабжения промышленных предприятий (взамен СН 174-75).

6. Сибикин Ю. Д. Справочник по эксплуатации электроустановок промышленных предприятий. 5-е изд. М.: Высшая школа, 2002.
7. Энергетика и охрана окружающей среды / под ред. Н. Г. Залогина [и др.]. М.: Энергия, 1986. 352 с.
8. Проектный анализ надежности / под ред. В. И. Патрушева, А. И. Рембезы. 1988. Т. 5. 320 с.
9. Надежность электроснабжения: сб. ст. / под ред. И. А. Сыромятникова. М.: Энергия, 1967. 272 с.
10. Литвиненко А. М. Пособие по изготовлению ветрогенераторов. М.: Энергия, 1996. 120 с.
11. Агапов В. А., Карасева А. А. Ветро двигатели // Нефть. Газопромышленность. М., 2003. 320 с.
12. Научно-прикладной справочник по климату СССР. Вып. 23. Бурятская АССР, Читинская область. Л.: Гидрометеиздат, 1989.
13. Смирнова Н. С., Солдатова Г. А. Климат Читы. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 246 с.
14. Энергетика и охрана окружающей среды / под ред. Н. Г. Залогина [и др.]. М.: Энергия, 1986. 352 с.
15. Малышев Е. А. Приоритеты инновационного развития энергетики Забайкальского края // Вестн. ЗабГУ. Чита: ЗабГУ, 2012. 130 с.
16. Коровин Г. Б., Малышев Е. А. Прогнозирование развития региональных энергетических систем // Экономика региона. 2011. № 2. С. 184–188.
17. Экологическая гидрология: учебник / А. П. Белоусова. М.: Академкнига, 2007. 397 с.
18. Экология и экономика природопользования: учебник / под ред. Э. В. Гирусова. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Юнити-Дана, 2007. 591 с.
19. Экология и безопасность жизнедеятельности: учеб. пособие для вузов / под. ред. Л. А. Муравья. М.: Юнити-Дана, 2000. 448 с.

References

1. Spravochnik po elektroustanovkam promyshlennykh predpriyatii. T. 2. Montazh elektroustanovok promyshlennykh predpriyatii / pod red. I. E. Boricheva. M.: Energiya, 1996.
2. Proektirovanie elektroustanovok promyshlennykh predpriyatii / pod red. Ya. M. Bol'sham, V. A. Grachev, M. L. Samover. M.: Energiya, 1986. Ch. 1.
3. Spravochnik po proektirovaniyu elektrosnabzheniya / D. L. Faibisovich [i dr.]. M.: Energiya, 2003.
4. Edinye normy i rastsenki na remontno-stroitel'nye raboty: spravochnik: sbornik E23 «Elektromontazhnye raboty». Вып. 3. 1986.
5. Normy i normativy: spravochnik. NTP EPP-94 Normy tekhnologicheskogo proektirovaniya. Proektirovanie elektrosnabzheniya promyshlennykh predpriyatii (vzamen SN 174-75) NTP EPP-94. Normy tekhnologicheskogo proektirovaniya. Proektirovanie elektrosnabzheniya promyshlennykh predpriyatii (vzamen SN 174-75).

6. Sibikin Yu. D. Spravochnik po ekspluatatsii elektroustanovok promyshlennykh predpriyatii. 5-e izd. M.: Vysshaya shkola, 2002.
7. Energetika i okhrana okruzhayushchei sredy / pod red. N. G. Zalogina [i dr.]. M.: Energiya, 1986. 352 s.
8. Proektnyi analiz nadezhnosti / pod red. V. I. Patrusheva, A. I. Rembezy. 1988. T. 5. 320 s.
9. Nadezhnost' elektrosnabzheniya: sb. st. / pod red. I. A. Syromyatnikova. M.: Energiya, 1967. 272 s.
10. Litvinenko A. M. Posobie po izgotovleniyu vetrogeneratorov. M.: Energiya, 1996. 120 s.
11. Agapov V. A., Karaseva A. A. Vetrodvigateli // Neft'. Gazopromyshlennost'. M., 2003. 320 s.
12. Nauchno-prikladnoi spravochnik po klimatu SSSR. Vyp. 23. Buryatskaya ASSR, Chitinskaya oblast'. L.: Gidrometeoizdat, 1989.
13. Smirnova N. S., Soldatova G. A. Klimat Chity. L.: Gidrometeoizdat, 1982. 246 s.
14. Energetika i okhrana okruzhayushchei sredy / pod red. N. G. Zalogina [i dr.]. M.: Energiya, 1986. 352 s.
15. Malyshev E. A. Prioritety innovatsionnogo razvitiya energetiki Zabaikal'skogo kraya // Vestn. ZabGU. Chita: ZabGU, 2012. 130 s.
16. Korovin G. B., Malyshev E. A. Prognozirovanie razvitiya regional'nykh energeticheskikh sistem // Ekonomika regiona. 2011. № 2. S. 184–188.
17. Ekologicheskaya gidrologiya: uchebnik / A. P. Belousova. M.: Akademkniga, 2007. 397 s.
18. Ekologiya i ekonomika prirodopol'zovaniya: uchebnik / pod red. E. V. Girusova. 3-e izd., pererab. i dop. M.: Yuniti-Dana, 2007. 591 s.
19. Ekologiya i bezopasnost' zhiznedeyatel'nosti: ucheb. posobie dlya vuzov / pod. red. L. A. Murav'ya. M.: Yuniti-Dana, 2000. 448 s.

Библиографическое описание статьи

Вийтович О. И. Оценка капитальных затрат на строительство ветроустановок на стадии проектирования // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 21–32.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-21-32.

Reference to article

Viytovych O. I. Estimation of Capital Expenditure for the Construction of Wind Turbines at the Design Stage // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 21–32.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-21-32.

Статья поступила в редакцию 10.06.2016

Инна Владимировна Ковригина¹,
кандидат технических наук, доцент,
Забайкальский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС)
(672040, Россия, г. Чита, ул. Магистральная, 11),
e-mail: fominainna@rambler.ru

Валерий Викторович Степанов,
кандидат технических наук, доцент,
Забайкальский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС)
(672040, Россия, г. Чита, ул. Магистральная, 11),
e-mail: stepv_angoo@mail.ru

Построение математических моделей цепных механических систем с сочленениями твердых тел

В статье рассмотрено влияние на динамические свойства механических систем наличие сочленения твердых тел. Предложена научно-обоснованная методика построения математических моделей виброзащитных систем транспортных средств, расчетные схемы которых содержат сочленения твердых тел. Получение математических моделей систем с сочленениями возможно, если параметры элементов, соединяющих определенные точки системы (упругие элементы и любые другие из расширенного набора типовых звеньев) будут принимать предельные значения (или очень большие по сравнению с другими).

Ключевые слова: математические модели, сочленения, механические системы

Inna V. Kovrigina²,
Candidate of Engineering Science, Associate Professor,
Transbaikal Institute of Railway Transport
(Branch of Irkutsk State University of Railway Engineering)
(11 Magistral'naya st., Chita, 672040, Russia),
e-mail: fominainna@rambler.ru

Valeriy V. Stepanov,
Candidate of Engineering Science, Associate Professor,
Transbaikal Institute of Railway Transport
(Branch of Irkutsk State University of Railway Engineering)
(11 Magistral'naya st., Chita, 672040, Russia),
e-mail: stepv_angoo@mail.ru

Construction of Mathematical Models of Mechanical Systems with Chain Joints Solids

The article considers the impact of the presence of junction solids on the dynamic properties of mechanical systems. A science-based method of constructing mathematical models of vehicle vibration isolation systems, settlement schemes of which include joint solids is suggested.

¹И. В. Ковригина — основной автор, является организатором исследования, формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного проекта.

²I. V. Kovrigina is the main author who has organized the study, formulated the conclusions and findings in realization of the group project.

Preparation of mathematical models of systems with joints is possible if certain parameters of the elements connecting the points system (elastic elements and any other of the extended set of standard units) will accept the limit values or are very large compared to others.

Keywords: mathematical models, joints, mechanical systems

В исследованиях динамических свойств виброзащитных систем, расчетная схема которых представляет собой цепную механическую систему, отмечались возможности изменения движения путем «включения» и «выключения» сочленений твердых тел. Например, некоторые результаты в том направлении приведены в [3]. Рассмотрим этот вопрос с более общих позиций. Расчетная схема системы представлена на рис. 1. Ее выражения для кинетической энергии и потенциальной имеют вид

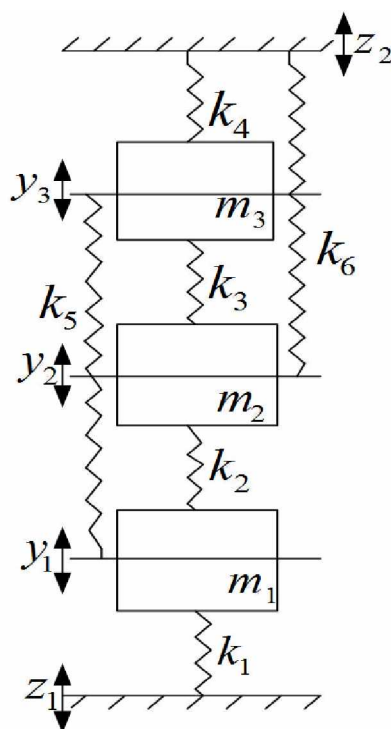


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с тремя степенями свободы

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2, \quad (2)$$

где $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ — соответствующие коэффициенты жесткости пружин, соединяющих массы $m_1 \div m_2$, каждая из которых может представлять собой объект защиты. В системе (рис. 2) рассматриваются кинематические возмущения z_1 и z_2 . При заданной схеме расположения упругих элементов система не может быть отнесена к непланарным системам [2]. Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения в системе координат y_1, y_2, y_3 . В этом случае уравнения (1) и (2) движения системы (рис. 1) примут вид

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2 + k_3) - k_2 y_2 - k_3 y_3 &= k_1 z_1, \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_2(k_2 + k_3 + k_6) - k_2 y_1 - k_3 y_3 &= k_6 z_2, \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3(k_3 + k_4 + k_5) - k_3 y_2 - k_3 y_1 &= k_4 z_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В табл. 1 представлены коэффициенты уравнения (3), приведены к унифицированному виду.

Таблица 1

Значения коэффициентов уравнений (3) для системы координат y_1, y_2, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2 + k_3$	$-k_2$	$-k_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 P^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3$	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обозначим правые части уравнений (3) соответственно

$$b_1 = k_1 z_1, b_2 = k_6 z_2, b_3 = k_4 z_2. \quad (4)$$

Полагая, что свойства сочленения масс m_1 и m_2 будут связаны с другой системой координат, введем

$$y_0 = y_2 - y_1, \quad (5)$$

перейдем к системе $y)1, y_1, y_2$. В этом случае выражения (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_0 + y_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_0 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_3 - z_2)^2 + \\ + \frac{1}{2} k_5 (y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_6 (y_0 + y_1 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя выражения (4) и (5), можно аналогичным образом записать соответствующую систему уравнений движения в координатах y_0, y_1, y_2 .

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_3 + k_5 + k_6) + m_2 \ddot{y}_0 + (k_3 + k_6) y_0 + \\ + y_3(-k_3 - k_5) = k_1 z_1 + k_6 z_2; \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_1(k_3 + k_6) + m_2 y_0 + y_0(k_2 + k_3 + k_6) + \\ + y_3(-k_3) = k_6 z_2; \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3(k_3 + k_4 + k_5) + y_1(-k_3 - k_5) + y_0(-k_3) = k_4 z_2. \end{aligned} \quad (8)$$

В табл. 2 приведены коэффициенты уравнения (8) в унифицированной форме.

Значения коэффициентов уравнений (8) для системы координат y_0, y_1, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_2)p^2 + k_1 + k_3 + k_5 + k_6$	$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$-k_3 - k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$m_2P^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3 - k_5$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Для соответствующей системы координат y_0, y_2, y_3 обобщенные силы имеют вид

$$b_1 = K_1z_1 + k_6z_2, b_2 = k_6z_2, b_3 = k_4z_2. \tag{9}$$

При переходе от одной системы координат к другой обобщенные силы обычно определяются через соответствующее равенство работ на виртуальных перемещениях в двух сопоставимых системах координат [1]. В данном случае, когда возмущение носит кинематический характер, обобщенные силы получаются в процессе вывода уравнений. Их проверка по правилу, упомянутому выше, дает такие же результаты.

Рассмотрим систему координат вида y_1, y_2, y_{00} : при этом

$$y_{00} = y_3 - y_2. \tag{10}$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы, преобразуя соответствующим образом (1) и (2)

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2 + \frac{1}{2}(\dot{y}_{00} + \dot{y}_2)^2, \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_{00})^2 \\ & \frac{1}{2}k_4(y_{00} + y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{00} + y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2, \end{aligned} \tag{12}$$

откуда могут быть получены уравнения движения системы (рис. 1) в системе координат y_1, y_2, y_{00} . Соответствующие значения коэффициентов унифицированной системы уравнений приведены в табл. 3.

Значения коэффициентов системы уравнений в системе координат y_1, y_2, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_5$	$-k_2 + k_5$	$-k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 + k_5$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_4 + k_5 + k_6$	$k_4 + k_5 + m_3p^2$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_5$	$m_3p^2 + k_4 + k_5$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_2, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1, b_2 = k_6x_2 + k_4z_2, b_3 = k_4z_2. \tag{13}$$

Для рассмотрения случая сочленения трех тел введем в рассмотрение систему обобщенных координат y_1, y_2, y_{000} , где

$$y_{000} = y_3 - y_1. \quad (14)$$

В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_1 + \dot{y}_{000})^2, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_1 + y_{000} - y_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_4(y_1 + y_{000} - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{000})^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Представим в табл. 4 значения коэффициентов унифицированной системы уравнений, которые могут быть получены способом, аналогичным вышеприведенным.

Таблица 4

Значения коэффициентов уравнения движения в координат y_1, y_2, y_{000}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_3)p^2 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$	$-k_2 - k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 - k_3$	$m_2p^2 + k_2 + k_3 + k_6$	k_3
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3p^2 + k_3 + k_4$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обобщенные силы для системы с координатами y_1, y_2, y_{000} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1 + k_4z_2, b_2 = k_4z_2, b_3 = k_4z_2. \quad (17)$$

Введение относительных координат y_1, y_2, y_{000} позволяет получить соответствующие частные виды расчетных схем по отношению к исходной системе, приведенной на рис. 1. На рис. 2 (а, б, в) приведены соответствующие расчетные схемы. При этом при «обнулении» y_0, y_{00}, y_{000} соответствующим образом «обнуляются» соответствующие столбцы и строки матрицы коэффициентов, что упрощает построение.

Структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении САУ приведены на рис. 3 (а, б, в). Исходные данные для построения соответствующих структурных схем могут быть взяты из табл. 2–4.

Сочленение изменяет структуру системы; при этом каждое сочленение устраняет одну степень свободы. Остающиеся динамические связи определяются матрицей коэффициентов после исключения соответствующих строки и столбца. Рассматривая «обнуление» движения ($y_i = 0 (i = \overline{1, 3})$) как сочленение, можно упростить расчетные схемы, представленные на рис. 3 (а, б, в, г), до системы с одной степенью свободы.

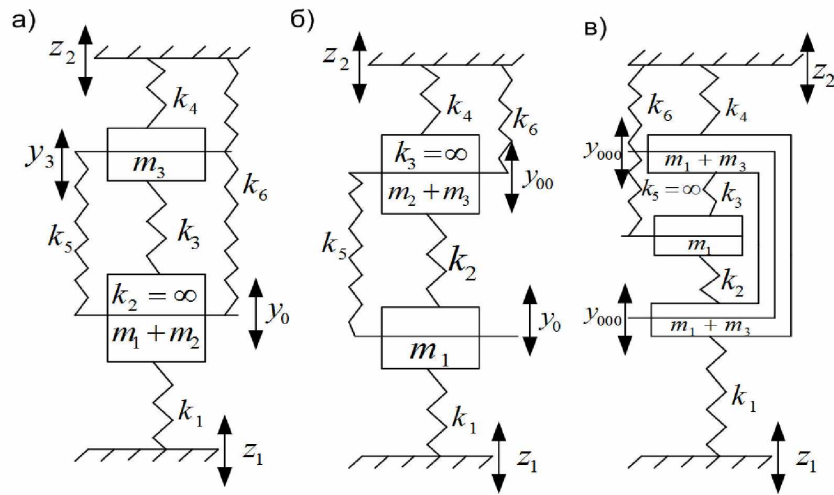


Рис. 2. Расчетные схемы для ВЗС с сочленениями:
 а) $y_2 - y_1 = 0 (y_0 = 0)$; б) $y_2 - y_3 = 0 (y_{00} = 0)$; в) $y_1 - y_2 = 0 (y_{000} = 0)$

Развивая способ упрощения (или синтеза) систем, представляет интерес рассмотрение движения в системе координат $y_1; y_0; y_{000} (y_0 = y_2 - y_1, y_{00} = y_2 - y_3)$.

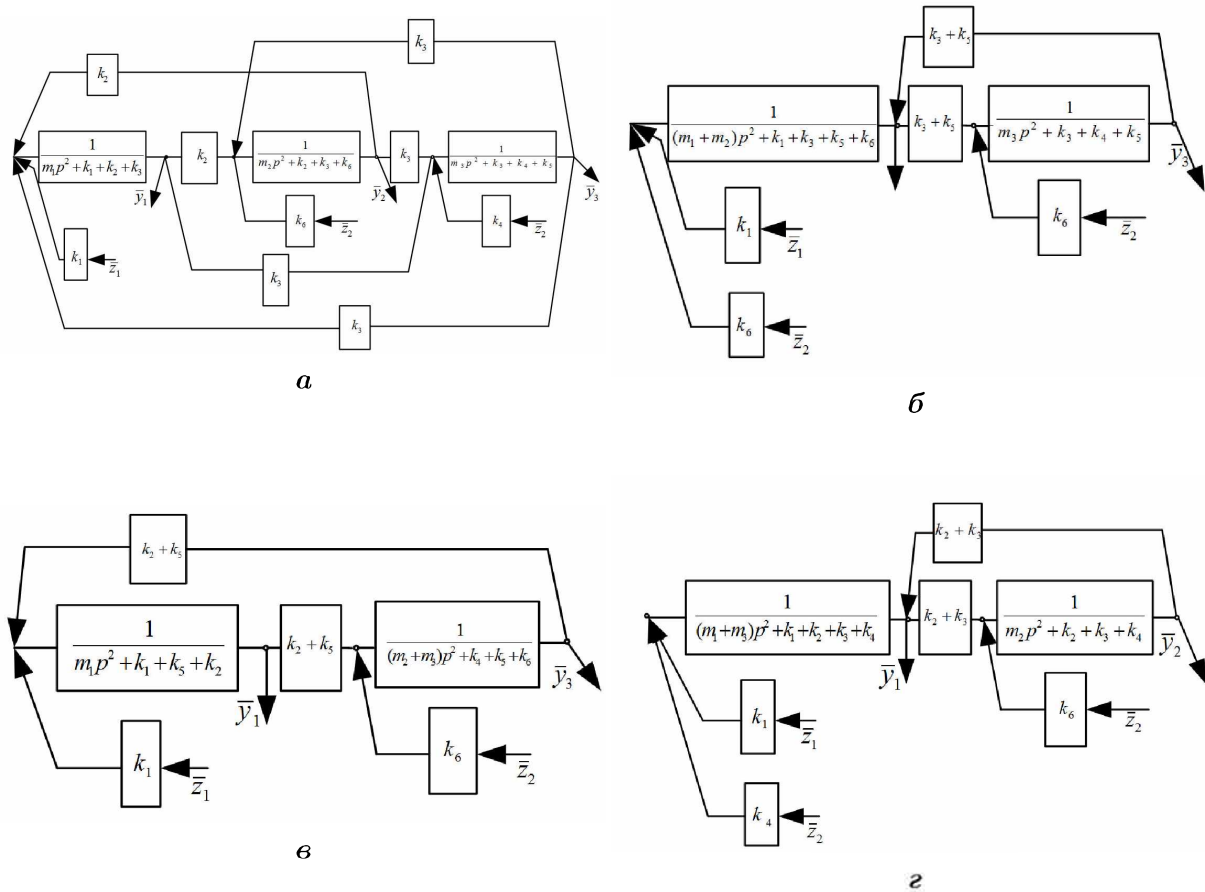


Рис. 3. Структурные схема ВЗС для различных случаев сочленения при системе координат:
 а) y_1, y_2, y_3 (сочленений нет); б) $y_1, y_2, y_3 (y_0 = y_2 - y_1 = 0)$;
 в) $y_1, y_2, y_{00} (y_{00} = y_2 - y_3 = 0)$; г) $y_1, y_2, y_{000} (y_{000} = y_1 - y_3 = 0)$

В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}(\dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_{00} + \dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 \quad (18)$$

$$= \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2}(y_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_2 - z_2)^2. \quad (19)$$

Делая ряд преобразований, аналогичных вышеприведенным, получим систему дифференциальных уравнений движения

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_4 + k_6) + (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + (-k_4)y_0 + \ddot{y}_{00}m_3 + y_{00}(k_6 + k_4) &= k_1z_1 + k_4z_2 + k_6z_2; \\ (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + y_0(k_1 + k_5) + m_3\ddot{y}_{00} + y_{00}(k_4 + k_5) + \ddot{y}_1(m_2 + m_3) + y_1(-k_4) &= k_4z_2; \\ m_3\ddot{y}_{00} + y_{00}(k_3 + k_4 + k_5 + k_6) + \ddot{y}_0(m_3) + y_0(k_4 + k_5) + m_3\ddot{y}_1 + (k_4 + k_6)y_1 &= k_4z_2 + k_6z_2. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Значения коэффициентов уравнения (20), приведенного к унифицированной форме, представлены в табл. 5.

Таблица 5

Значения коэффициентов уравнения движения (20) в координат y_1, y_0, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_2 + m_3)p^2 + k_1 + k_4 + k_6$	$-(m_2 + m_3)^2 - k_4$	$m_3p^2 + k_6 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(m_2 + m_3)p^2 - k_4$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_5$	$m_3p^2 + k_4 + k_5 + k_6$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3p^2 - k_4 + k_6$	$M_3p^2 + k_4 + k_5 + k_6$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6$

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_0, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1 + k_4z_2 + k_6z_2, b_2 = k_4z_2, b_3 = k_4z_2 + k_6z_2. \quad (21)$$

Если полагать, что $y_0 = 0$ и $y_{00} = 0$, то есть $y_1 = y_2 = y_3$, то система примет вид, как показано на рис. 4 а, б.

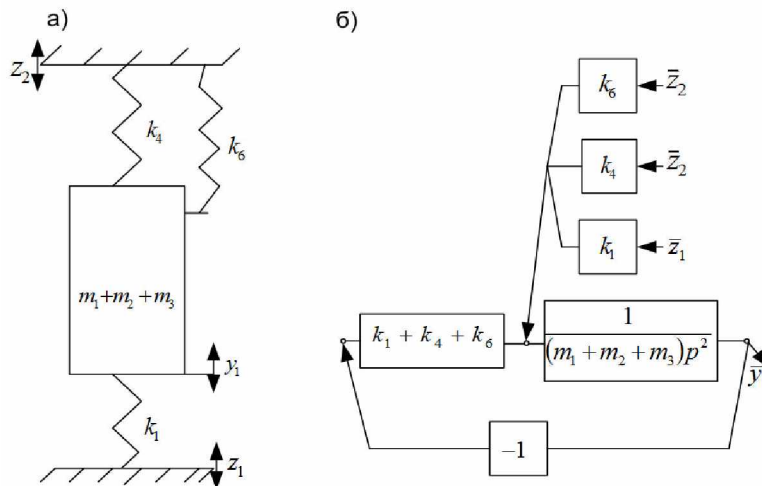


Рис. 4. Расчетная схема исходной системы (рис. 1) для случая сочленения трех тел (а), структурная схема, с тремя сочленениями (б)

При двух сочленениях исходная система превращается в систему с одной степенью свободы, частота собственных колебаний которой определяется выражением

$$\omega_{cod}^2 = \frac{k_1 + k_4 + k_6}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (22)$$

Для оценки возможностей использования сочленений, как способа изменения структуры и ее последующего упрощения, рассмотрим структурную схему эквивалентной в динамическом отношении САУ (рис. 5) в системе координат y_1, y_2, y_3 , что соответствует математической модели в виде системы уравнений (20).

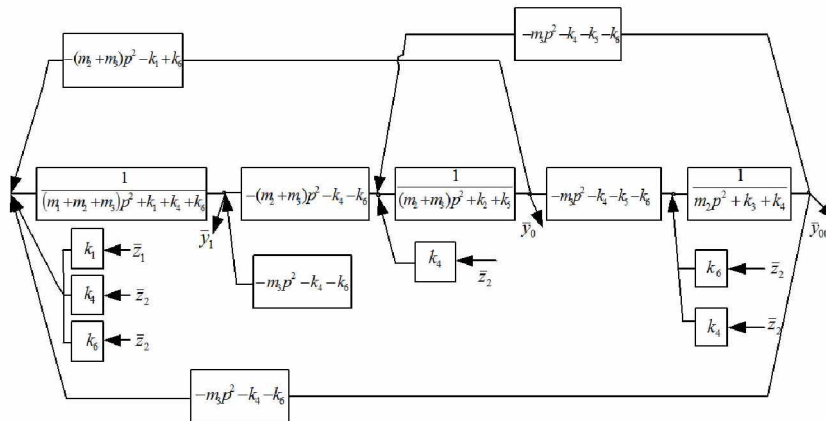


Рис. 5. Структурная схема эквивалентной САУ в системе координат y_1, y_0, y_{00}

Для сравнения приведены структурные схемы эквивалентных САУ для виброзащитных систем в координатах y_1, y_0, y_3 , (рис. 6а), координатах y_1, y_2, y_{00} , (рис. 6б), координатах y_1, y_2, y_{000} , (рис. 6в).

Отметим, что выбор системы обобщенных координат изменяет не только вид парциальных систем, но изменяет и перекрестные связи. В системе координат y_1, y_0, y_3 (рис. 6а) между движениями по y_1, y_0 возникает инерционно-упругая связь, что предполагает возможность возникновения режимов динамического гашения: это зависит от того, каковой,

в конечном итоге, будет выбранная система внешних кинематических воздействий z_1, z_0 . Между координатами y_0, y_3 существует упругая связь, определена упругим звеном k_3 .

В системе координат y_1, y_2, y_{00} (рис. 6б) при тех же внешних кинематических воздействиях между координатами y_1, y_0 существует упругая связь, а между y_2, y_{00} – инерционно-упругая связь, которая при определенной частоте «обнуляется», что исключает прямую связь движений между парциальными системами.

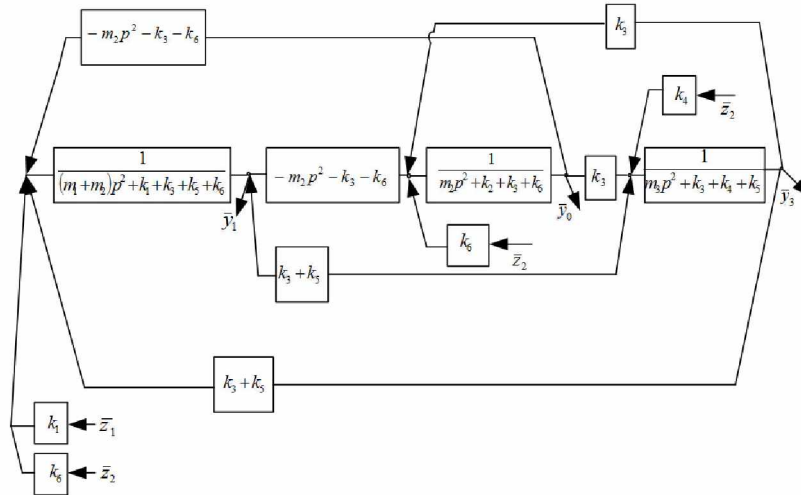


Рис. 6а. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_0, y_3 (y_0 \neq 0)$

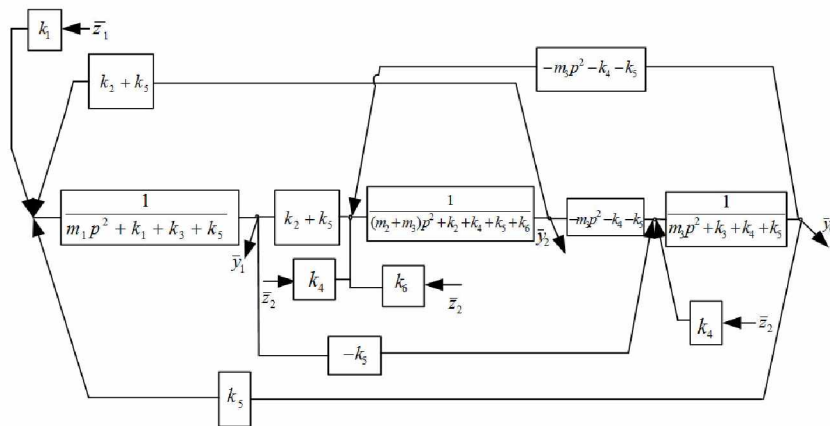


Рис. 6б. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_2, y_{00} (y_{00} \neq 0)$

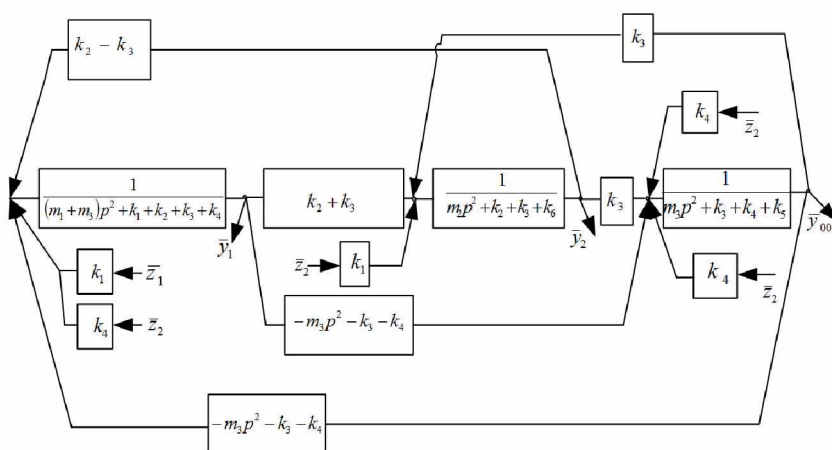


Рис. 6в. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_2, y_{000} (y_{000} \neq 0)$

Между координатами y_1, y_{00}, y_{000} (рис. 6в) возникает система упругих перекрестных связей, что исключает появление режимов развязки колебаний между парциальными системами.

Приведенное выше представляет собой, по существу, доказательство возможности формирования сочленения, путем соответствующего выбора системы координат. Последующие процедуры проводятся в формализованном порядке и обеспечивают получение соответствующей модели. Доказательная основа подхода связана с переходом системы с большим числом степеней свободы к системе с меньшим числом степеней, что не затрагивает условия разрешимости уравнений. Получение математических моделей систем с сочленениями может быть получено и физически это объяснимо, если параметры элементов, соединяющих определенные точки системы (упругие элементы и любые другие из расширенного набора типовых ВЗС) будут принимать предельные значения (или очень большие по сравнению с другими).

Таким образом, сочленения в механических колебательных системах могут выступать как корректоры структуры и динамических связей в исходной системе. В этом плане заслуживают внимания два подхода. Первый заключается в том, чтобы «обнулить» разность координат, видя в этом перспективы упрощения схем. Вторая особенность связана с тем, что сочленения можно рассматривать как упругую связь, жесткость которой стремится к бесконечности. Отметим, что сочленения можно рассматривать как «потерянную» степень или несколько степеней свободы, что зависит от конфигурации механической системы и выбора системы координат.

Список литературы

1. Беккер М. М. Введение в теорию систем «местность – машина». М.: Машиностроение, 1973. С. 355.
2. Дружинский И. А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 224 с.
3. Елисеев С. В, Ермошенко Ю. В., Фомина И. В. Возможности сочленения твердых тел в цепных механических системах // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск: ИрГУПС, 2010. № 3. С. 23–28.

4. Елисеев С. В., Упырь Р. Ю. Особенности динамики трехмассовых виброзащитных систем. Формы самоорганизации движения // Вестн. ИрГТУ. Иркутск, 2009. № 40. С. 62–67.
5. Елисеев С. В. Мехатроника виброзащитных систем. Элементы теории. Иркутск: ИрГУПС, 2009. 128 с. Деп. в ВИНТИ 27.11.09, № 738-В 2009.
6. Елисеев С. В. Новые подходы в теории колебаний. Задачи управления динамическим состоянием колебательных систем на основе введения дополнительных связей // Винеровские чтения: материалы IV Всерос. науч.-практ. конф. Иркутск: ИрГТУ, 2009. С. 46–60.
7. Иващенко И. И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы системы. М.: Машиностроение, 1993. 632 с.
8. Ким П. Д. Теория автоматического управления: в 2 т. Т. 1. Линейные системы. М.: Физматгиз, 2003. 288 с.
9. Хоменко А. П., Елисеев С. В. Сочленения в виброзащитных системах как процесс уменьшения числа степеней свободы системы // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск: ИрГУПС, 2011. Вып. № 4. С. 8–14.

References

1. Bekker M. M. Vvedenie v teoriyu sistem «mestnost' – mashina». М.: Mashinostroenie, 1973. S. 355.
2. Druzhinskii I. A. Mekhanicheskie tsepi. М.: Mashinostroenie, 1977. 224 s.
3. Eliseev S. V, Ermoshenko Yu. V., Fomina I. V. Vozmozhnosti sochleneniya tverdykh tel v tsepnnykh mekhanicheskikh sistemakh // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. Irkutsk: IrGUPS, 2010. № 3. S. 23–28.
4. Eliseev S. V., Upyr' R. Yu. Osobennosti dinamiki trekhmassovykh vibrozashchitnykh sistem. Formy samoorganizatsii dvizheniya // Vestn. IrGTU. Irkutsk, 2009. № 40. S. 62–67.
5. Eliseev S. V. Mekhatronika vibrozashchitnykh sistem. Elementy teorii. Irkutsk: IrGUPS, 2009. 128 s. Dep. v VINITI 27.11.09, №738-V 2009.
6. Eliseev S. V. Novye podkhody v teorii kolebanii. Zadachi upravleniya dinamicheskim sostoyaniem kolebatel'nykh sistem na osnove vvedeniya dopolnitel'nykh svyazei // Vinerovskie chteniya: materialy IV Vseros. nauch.-prakt. konf. Irkutsk: IrGTU, 2009. S. 46–60.
7. Ivashchenko I. I. Avtomaticheskoe regulirovanie. Teoriya i elementy sistemy. М.: Mashinostroenie, 1993. 632 s.
8. Kim P. D. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: v 2 t. Т. 1. Lineinye sistemy. М.: Fizmatgiz, 2003. 288 s.
9. Khomenko A. P., Eliseev S. V. Sochleneniya v vibrozashchitnykh sistemakh kak protsess umen'sheniya chisla stepeni svobody sistemy // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. Irkutsk: IrGUPS, 2011. Vyp. № 4. S. 8–14.

Библиографическое описание статьи

Ковригина И. В., Степанов В. В. Построение математических моделей цепных механических систем с сочленениями твёрдых тел // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 33–44.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-33-44.

Reference to article

Kovrigina I. V., Stepanov V. V. Construction of Mathematical Models of Mechanical Systems with Chain Joints Solids// Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 33–44.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-33-44.

Статья поступила в редакцию 20.04.2016

Владимир Александрович Толпаев,
доктор физико-математических наук, профессор,
Северо-Кавказский научно-исследовательский
проектный институт природных газов
(355035, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),
e-mail: TolpaevVA@scpirogaz.ru

Курбан Сапижуллаевич Ахмедов,
кандидат технических наук, директор научного центра
информационных технологий,
Северо-Кавказский научно-исследовательский
проектный институт природных газов
(355035, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),
e-mail: svpirogz@gazprom.ru

Александр Михайлович Кравцов,
кандидат физико-математических наук,
Северо-Кавказский научно-исследовательский
проектный институт природных газов,
(355035, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),
e-mail: alex_k@bk.ru

Мушег Тигранович Петросянц,
младший научный сотрудник
лаборатории подземной гидродинамики, аспирант,
Северо-Кавказский научно-исследовательский
проектный институт природных газов
(355035, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),
e-mail: musheg901@mail.ru

Эмпирическая модель движения газожидкостных потоков в вертикальных лифтовых трубах газовых скважин

Рассматривается проблема расчета забойного давления в газовой скважине, подверженной самозадавливанию конденсационными водами. Правильный выбор забойного давления важен для определения устойчивого режима работы скважины. Его вычисление в случае наличия жидкости в продукции скважины осложняется тем, что расчетные формулы градиента давления для однофазных потоков в данном случае неприменимы. В работе проанализированы экспериментальные данные по градиентам давления в газожидкостных потоках и предложена аппроксимационная модель для аналитических расчетов градиентов давления.

Аппроксимационная модель для аналитических расчетов градиентов давления применялась для интегрирования дифференциального уравнения для распределения давления вдоль ствола скважины. Приведены результаты численных решений технологических задач работы скважин в условиях водопроявлений.

Ключевые слова: газовая скважина, устьевое давление, забойное давление, газожидкостный поток, дебит, природный газ, лифтовые трубы

Vladimir A. Tolpayev,
*Doctor of Physics and Mathematics,
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases
(419 Lenin st., Stavropol, 355035, Russia),
e-mail: TolpaevVA@scnipgaz.ru*

Kurban S. Akhmedov,
*Candidate of Engineering Science, Director of Scientific Center
of Information Technologies,
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases
(419 Lenin st., Stavropol, 355035, Russia),
e-mail: snipigz@gazprom.ru*

Aleksandr M. Kravtsov,
*Candidate of Physics and Mathematics,
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases
(419 Lenin st., Stavropol, 355035, Russia),
e-mail: alex_k@bk.ru*

Musheg T. Petrosyants,
*Junior Research, Postgraduate Student,
Laboratory of Reservoir Hydrodynamics,
North-Caucasus Researcher and Design Institute of Natural Gases
(419 Lenin st., Stavropol, 355035, Russia),
e-mail: musheg901@mail.ru*

The Empirical Model of the Motion of Gas-Liquid Flow in Vertical Gas Well Tubing

The article deals with the problem of calculating the bottom hole pressure in the gas well, subject to risk of self-loading by condensation water. Correct choice of the bottom hole pressure is important to determine the steady state operation mode of the well. Its calculation in the case of presence of liquid in the well production is complicated by the fact that the pressure gradient calculation formulas for single-phase flows in this case do not apply.

The paper analyzes the experimental data on the pressure gradients in the gas-liquid flows and proposes an approximation model for analytical calculations of pressure gradients. Approximation model for analytical calculations of pressure gradients was used for the integration of the differential equation for the pressure distribution along the wellbore. The results of numerical solutions of technological problems of well operation in conditions of water seepage are presented.

Keywords: gas well, wellhead pressure, bottom hole pressure, gas-liquid flow, flow rate, natural gas, gas well tubing

Введение. При эксплуатации скважин газовых месторождений важными характеристиками являются значения устьевого, забойного и пластового давлений, а также распределение градиента давления в насосно-компрессорной трубе (НКТ) вдоль ствола скважины. Если устьевое давление может быть измерено непосредственно, то остальные характеристики подлежат оценке на основании модельных формул [1–7]. В тех случаях, когда скважины подвержены самозадавливанию конденсационными водами, построение такого рода оценок и моделей существенно усложняется. Для расчета технологического режима эксплуатации газовой скважины, работающей в условиях водопроявлений, необходимо уметь определять режим её устойчивой работы. Для этого необходимо уметь рассчитывать забойное давление для заданного устьевого давления и заданного дебита скважины. Другими словами —

рассчитывать перепад давления между башмаком вертикальной НКТ и устьем скважины. В работе предлагаются новые подходы к решению этой задачи.

Применяемые методики расчета перепада давления в вертикальных газожидкостных потоках. Для расчета потерь давления от башмака НКТ до устья вертикальное квазистационарное движение газожидкостной смеси (ГЖС) в лифтовой трубе в первом приближении рассматривается как стационарное, для описания которого разработаны различные методики.

Так, для расчета перепада давления в восходящем газожидкостном потоке с малым содержанием жидкости ранее предлагалось моделировать [1–3] ГЖС квазигомогенной средой, плотность $\rho_{см}$ которой определяется по специальному уравнению состояния $\rho_{см} = \rho_{см}(P, T)$, и описывать движение ГЖС уравнением

$$\frac{dP}{dx} = \rho_{см}(p, T) \cdot g + \lambda_{см} \cdot \frac{\rho_{см}}{d} \cdot \frac{w_{см}^2}{2}. \quad (1)$$

В уравнении (1) $P = P(x)$ – давление в ГЖС в сечении трубы. Ось x в (1) направлена вертикально вниз с началом отсчета от устья скважины; $\rho_{см}$ – плотность квазигомогенной среды, определяемая специальным уравнением состояния [Там же], T – абсолютная температура, g – ускорение свободного падения, $w_{см} = w_{см}(x)$ – скорость вертикального движения ГЖС, d – внутренний диаметр лифтовой трубы; $\lambda_{см}$ – безразмерный коэффициент гидравлического сопротивления движению ГЖС в лифтовой трубе. Таким образом, в математических моделях вертикальных потоков ГЖС, рассматриваемых как квазигомогенные среды, суммарный градиент давления $\frac{dP}{dx}$ определяется действием силы веса $\rho_{см} \cdot g$ движущейся среды и силой трения $\lambda_{см} \cdot \frac{\rho_{см}}{d} \cdot \frac{w_{см}^2}{2}$ среды о стенки трубы.

В этих моделях не учитываются силы трения внутри ГЖС, которые вызваны различными абсолютными скоростями движения жидкой и газовой фаз относительно стенок трубы, что приводит к значительным погрешностям на практике при расчетах по квазигомогенным моделям. В 1980 году Б. О. Ахмедовым и С. Н. Бузиновым [4] для расчета перепада давления взамен (1) предложено дифференциальное уравнение

$$\frac{dP}{dx} = \rho_{см}(P, T) \cdot g + \rho_{ж} \cdot g \cdot i(Fr^*, Fr_{ж}). \quad (2)$$

В уравнении (2) суммарный градиент давления $\frac{dP}{dx}$ определяется действием сил веса $\rho_{г} \cdot g$ газовой и жидкой фазы движущейся среды, а также силами трения между фазами в ГЖС и трения ГЖС о стенки трубы. По предположению С. Н. Бузинова и О. В. Николаева вклад в суммарный градиент давления я $\frac{dP}{dx}$ действия сил веса жидкой фазы, сил трения между фазами ГЖС и трения ГЖС о стенки трубы учитывается во втором слагаемом $\rho_{ж} \cdot g \cdot i(Fr^*, Fr_{ж})$. В нём $\rho_{ж}$ – плотность выносимой жидкости, а $i(Fr^*, Fr_{ж})$ – экспериментально определяемый безразмерный множитель, называемый приведенным градиентом давления. Последний зависит от двух безразмерных параметров $Fr^*, Fr_{ж}$ [Там же]. Безразмерными параметрами выступают $Fr^*, Fr_{ж}$ – комплексное (модифицированное) число Фруда, определяемое по формуле [Там же]

$$Fr^* = \frac{\rho_{г}}{\rho_{ж}} \cdot \frac{w_{г}^2}{g \cdot d}, \quad (3)$$

и число Фруда по жидкости

$$Fr_{ж} = \frac{\rho_{ж}^2}{g \cdot d}. \quad (4)$$

В (3) и (4) w_2 — скорость движения газа вдоль НКТ, а $w_{ж}$ — приведенная скорость движения жидкости вдоль НКТ (равная отношению протекающего за единицу времени объема жидкости к площади сечения НКТ). Через измеряемые в экспериментах параметры безразмерное комплексное число Фруда в смешанной технической системе единиц измерения величин вычисляется по формуле

$$Fr^* = \frac{7,65231 \cdot 10^6 \cdot Q_{н}^2}{d^5} \cdot \frac{T}{P} \cdot \frac{z(P, T)}{z_{н}} \cdot \frac{\rho_{н}}{\rho_{ж}}, \quad (3a)$$

где $Q_{н}$ — дебит скважины по газу при стандартных атмосферных условиях в $\frac{\text{тыс. м}^3}{\text{сут.}}$, P и T — давление и абсолютная температура газа на забое скважины в МПа и градусах Кельвина, $z(P, T)$ и $z_{н}$ — коэффициент сверхсжимаемости газа на забое и при стандартных условиях соответственно. Число Фруда по жидкости в смешанной технической системе единиц измерения величин вычисляют по формуле

$$Fr_{ж} = 0,0221464 \cdot \frac{\gamma^2 \cdot Q_{н}^2}{d^5}. \quad (4a)$$

В обеих формулах (3a) и (4a) внутренний диаметр НКТ d выражается в мм, а γ — газовой фактор, равный объему жидкости (в см³), приходящейся в дебите скважины $Q_{н}$ на объём 1 м³.

Аппроксимационная модель расчета приведенного градиента давления. Авторы настоящей статьи обработали накопленные экспериментальные данные, ранее полученные другими исследователями [4–11], о значениях приведенного градиента давления $i(Fr^*, Fr_{ж})$ при различных числах Фруда Fr^* и $Fr_{ж}$, и построили для расчета приведенного градиента давления следующую аппроксимационную модель:

$$i = \left(\frac{B}{\sqrt{Fr^*}} + A \cdot Fr^* + DB \right) \cdot \sqrt[4]{Fr_{ж}}. \quad (5)$$

Коэффициенты A , B и D в формуле (5) имеют значения: $A = 2,02579 \times 10^{-4}$, $B = 13,249276$ и $D = -0,3218$. На рис. 1 приведен график модельной зависимости, построенный по формуле (5). Маркерами отмечены точки, отвечающие экспериментальным данным.

Из графика на рис. 1 видно хорошее качественное и удовлетворительное количественное соответствие аппроксимационной модели (5) всей совокупности имеющихся экспериментальных данных. Представление о количественных величинах абсолютных относительных расхождений между теоретическими значениями (5) приведенного градиента давления и экспериментальными данными дает табл. 1. В этой таблице для каждого зафиксированного числа Фруда по жидкости $fr_{ж} \times 10^4$ рассчитано среднее арифметическое относительных погрешностей

$$\varepsilon_{fr_{ж}}, \% = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\left| i^{(k)}(Fr^*, Fr_{ж}) - i_{\text{экс}}^{(k)} \right|}{i_{\text{экс}}^{(k)}} \cdot 100 \%, \quad (6)$$

где N — число экспериментальных точек в опытах с зафиксированным значением $fr_{ж} = Fr_{ж} \times 10^4$.

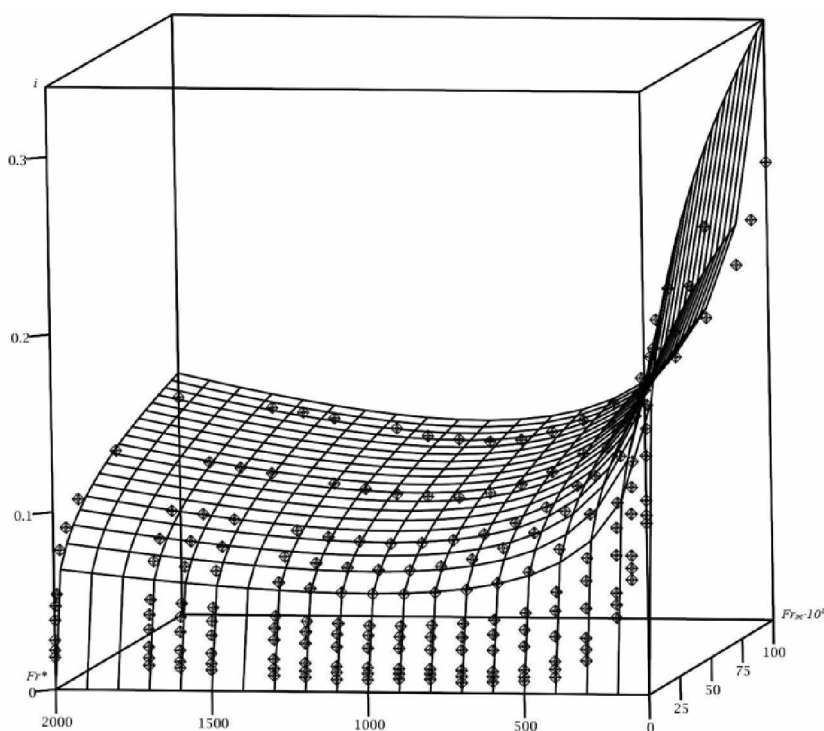


Рис. 1. Сравнение модельной зависимости (представленной гладкой поверхностью) приведенного градиента давления $i(Fr^*, Fr_{ж})$ от чисел Фруда с экспериментальными данными (представленными в виде черных маркеров)

Таблица 1

Средние арифметические значения относительных погрешностей теоретических величин приведенного градиента давления $i(Fr^*, Fr_{ж})$

Число Фруда по жидкости, $fr_{ж} = Fr_{ж} \times 10^4$	Среднее значение погрешности, $\varepsilon_{fr_{ж}}, \%$
0,05	10,75
0,1	7,48
0,5	9,27
1	4,88
2	6,05
5	3,06
10	4,25
20	0,47
50	4,36
100	7,90

Уточнение дифференциального уравнения вертикального движения ГЖС в НКТ. Располагая аналитической зависимостью (5) приведенных градиентов давления от чисел Фруда появилась возможность выполнить уточненные расчеты перепадов давления от башмака НКТ до устья вертикальной лифтовой трубы, в которой движется ГЖС. Численные расчеты перепадов давления по дифференциальному уравнению (2) привели,

однако, к значениям, заметно отклоняющимся от результатов замеров в промышленных испытаниях, в особенности для труб большой длины 1000 м и более.

Последнее авторы объясняют тем, что в дифференциальном уравнении (2) отсутствует слагаемое, отвечающее за влияние силы трения ГЖС о стенки трубы. Дело, по-видимому, в том, что все экспериментальные данные по замерам приведенного градиента давления [4–11] были получены на трубах малой длины (порядка 10÷30 м) с гладкой, без шероховатостей, внутренней поверхностью. Поэтому приведенный градиент давления $i(Fr^*, Fr_{ж})$ отражает вклад, вносимый действиями сил веса жидкой фазы и внутренними силами трения в ГЖС, вызванными разными абсолютными скоростями движения жидкой и газообразной фаз. Для учета сил трения ГЖС о стенки трубы в дифференциальное уравнение (2) нужно внести соответствующее слагаемое. Падение градиента давления вдоль трубы, обусловленное силами трения жидкости (газа) о её стенки определяется, как известно, законом Дарси-Вейсбаха, выражаемого формулой [12]

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{mp} = \tilde{\lambda} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{w^2}{2g}, \quad (7)$$

где d — диаметр трубы, а $\tilde{\lambda}$ — коэффициент гидродинамического сопротивления трубы, зависящий от шероховатости трубы и вязкости двигающейся жидкости. Сравнивая формулу Дарси-Вейсбаха (7) с формулой для расчета комплексного (модифицированного) числа Фруда $Fr^* = \frac{\rho_{г}}{\rho_{ж}}$, для учета силы трения газожидкостного потока о стенки трубы можно предложить следующее выражение:

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{mp} = \frac{\lambda}{2} \cdot Fr^*. \quad (8)$$

В выражении (8) коэффициент гидродинамического сопротивления $\tilde{\lambda} = \lambda \cdot \frac{\rho_{ж}}{\rho_{г}}$ на практике должен определяться путем верификации математической модели с промышленными данными. Внося в дифференциальное уравнение (2) дополнительное слагаемое (8), отражающее вклад в результирующий градиент давления сил трения ГЖС о стенки трубы, приходим к следующему дифференциальному уравнению движения ГЖС в вертикальной НКТ:

$$\frac{dP}{dX} = \rho_{ж}(P, T) \cdot g + \rho_{ж} \cdot g \cdot i(Fr^*, Fr_{ж}) + \frac{\lambda}{2} \cdot Fr^*. \quad (9)$$

Отметим, что в частном случае, когда газовой фазой фактор $\gamma = 0$ и, следовательно, число $Fr_{ж} = 0$, а значит, и приведенный градиент давления, согласно (5), будет равен нулю $i(Fr^*, Fr_{ж}) = 0$, дифференциальное уравнение (9) в отличие от дифференциального уравнения (2) совпадет с известным дифференциальным уравнением движения сухого газа в вертикальной лифтовой трубе [13].

Дифференциальное уравнение (9) совместно с формулами (3–5) позволяет рассчитать перепад давления между башмаком вертикальной насосно-компрессорной трубы и устьем НКТ. Для этого требуется численно, например, методом Рунге-Кутты, решить задачу Коши для уравнения (9) совместно с начальным условием

$$P|_{x=0} = P_{уст}, \quad (10)$$

где $P_{уст}$ — заданное давление на устье НКТ. Должны быть также заданы Q_n — дебит скважины по газу при стандартных атмосферных условиях, внутренний диаметр НКТ d и γ —

газоводяной фактор (либо дебит скважины по воде q_b). Наконец, должно быть задано распределение температуры по стволу скважины. Такое распределение отыскивается экспериментально. Авторы рекомендуют применять непрерывное кусочно-линейное распределение температуры, используя замеры температуры на уровне башмака НКТ, на границе с многолетнемерзлыми породами и на устье скважины.

В результате решения задачи Коши (9, 10) найдем таблично заданную функцию распределения давления вдоль НКТ и, в частности, значение давления на башмаке НКТ, принимаемое в качестве забойного давления.

Тестовые примеры расчетов забойного давления по дифференциальному уравнению (10).

Тестовый пример 1. Расчеты забойного давления для НКТ с длиной $L = 1000$ м, с внутренним диаметром $d = 10$ см и дебитом скважины по воде $q_b = 0,2$ м³/сут.

Изменяя с некоторым шагом значения дебита W_n скважины по газу и устьевое давление при зафиксированных значениях дебита скважины по воде q_b и внутреннего диаметра НКТ d , методом Рунге-Кутты, рассчитываем распределение давления в НКТ вдоль ее длины. При значении $x = L$ получим величину давления на уровне башмака НКТ, т. е. забойное давление. Результаты расчетов забойных давлений для ряда конкретных значений устьевых давлений и дебитов скважины по газу представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчетов забойных давлений $p_{заб}$, МПа в примере 1

$p_{заб}$, МПа	Дебит Q , тыс.м ³										
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
0,78	7,44	0,90	0,98	1,44	1,92	2,60	3,28	3,98	4,95	6,04	7,26
0,90	4,73	0,93	1,09	1,67	1,94	2,43	3,07	3,72	4,53	5,47	6,56
1,01	3,76	1,68	1,43	1,56	1,81	2,05	2,29	2,65	3,04	3,41	3,90
1,10	4,16	2,69	1,80	1,17	2,17	1,90	1,79	1,74	1,82	1,91	2,01
1,30	6,33	4,59	3,20	2,40	1,99	1,82	1,73	1,65	1,75	1,68	1,71
1,35	4,20	2,93	1,98	1,46	2,11	1,78	1,65	1,60	1,62	1,61	1,61
1,40	9,04	6,20	4,14	2,95	2,23	1,87	1,67	1,58	1,48	1,58	1,58
1,45	10,82	7,00	4,70	3,25	2,38	1,87	1,64	1,47	1,47	1,54	1,60
1,60	10,24	6,92	4,88	3,71	2,98	2,60	2,34	2,16	1,98	1,84	1,68
1,80	9,52	6,66	5,13	4,23	3,71	3,41	3,22	2,94	2,66	2,27	1,94
2,00	8,84	6,55	5,31	4,57	4,34	4,13	3,92	3,64	3,29	2,65	2,01
2,20	8,22	6,35	5,41	4,95	4,83	4,71	4,56	4,26	3,75	3,04	2,26
2,40	7,72	6,18	5,56	5,25	5,29	5,19	5,09	4,77	4,24	3,40	2,40
2,60	7,32	6,06	5,63	5,54	5,60	5,58	5,51	5,24	4,66	3,80	2,63
2,80	6,83	5,98	5,63	5,73	5,84	5,89	5,80	5,53	5,01	4,05	2,83
3,00	6,53	5,89	5,72	5,84	5,95	6,06	6,09	5,78	5,18	4,40	3,14
3,20	6,24	5,76	5,69	5,80	6,08	6,15	6,16	5,92	5,42	4,65	3,53
3,40	6,00	5,60	5,67	5,85	6,02	6,19	6,18	5,97	5,50	4,86	3,88
3,60	5,90	5,55	5,56	5,70	5,92	6,02	6,04	5,95	5,62	5,07	4,28
3,80	5,76	5,47	5,42	5,53	5,63	5,81	5,83	5,83	5,62	5,18	4,70
4,00	5,74	5,45	5,26	5,30	5,42	5,44	5,58	5,60	5,55	5,38	5,18

4,20	5,79	5,41	5,14	5,00	4,96	5,05	5,13	5,24	5,33	5,50	5,63
4,28	5,88	5,37	5,02	4,91	4,76	4,82	4,92	5,05	5,30	5,57	5,83
4,30	5,86	5,40	5,02	4,79	4,76	4,79	4,87	5,06	5,25	5,54	5,92
4,39	5,86	5,38	4,88	4,60	4,48	4,49	4,61	4,85	5,18	5,60	6,17
5,00	9,56	8,31	7,07	6,09	5,51	5,23	5,41	6,03	7,18	8,79	10,92

Таблица 2 позволяет строить характеристические кривые — графики зависимости забойного давления от дебита скважины по газу. Эти кривые имеют важное прикладное значение, так как они применяются для определения технологического режима эксплуатации скважины, подверженной самозадавлыванию конденсационными водами.

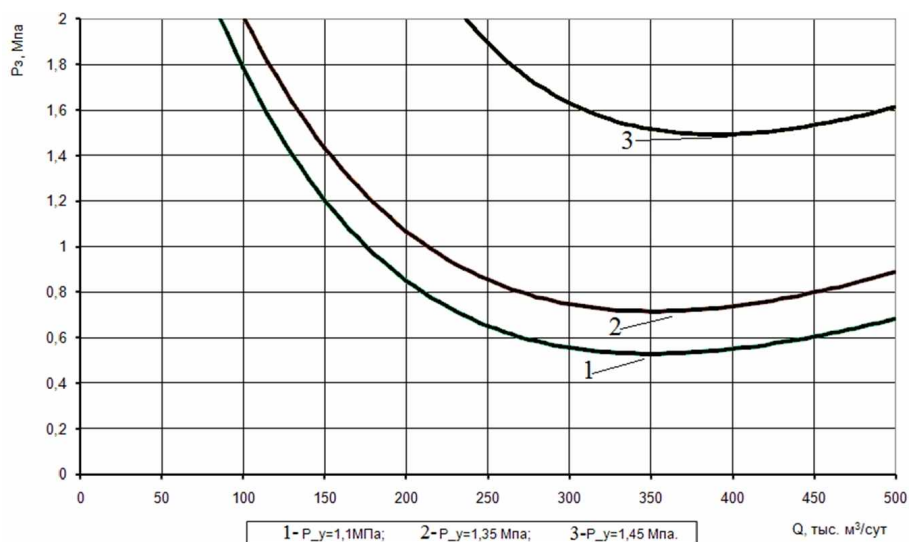


Рис. 2. Зависимости забойного давления (характеристические кривые) вертикальной лифтовой трубы с длиной $L = 1000$ м с внутренним диаметром $d = 10$ см и дебитом скважины по воде $q_v = 0,2$ м³/сут от дебита скважины по газу

Тестовый пример 2. Расчеты забойного давления для НКТ с длиной $L = 1000$ м, с зафиксированным устьевым давлением $d = 10$ см, с дебитом скважины по воде $q_v = 0,2$ м³/сут и при различных внутренних диаметрах НКТ.

Изменяя с некоторым шагом значения дебита Q_n скважины по газу и внутренний диаметр НКТ d при зафиксированных значениях дебита скважины по воде q_v и устьевого давления, методом Рунге-Кутты рассчитываем распределение давления в НКТ вдоль ее длины. При координате $x = L$ получим значение давление на уровне башмака НКТ, т. е. забойное давление. Результаты расчетов забойных давлений для ряда конкретных значений внутренних диаметров НКТ представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты расчетов забойных давлений $p_{заб}$, МПа в примере 2

Внутренние диаметры НКТ d , см	Дебит Q , тыс.м ³										
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
6,2	2,99	1,85	3,22	6,58	12,12	20,69	32,44	51,08	78,53	120,20	182,06
7,0	3,06	1,26	1,69	2,77	4,38	6,84	10,55	14,76	20,44	28,12	39,18
7,6	2,85	1,72	1,91	2,78	3,55	4,81	6,87	9,45	12,05	15,36	19,73
10,0	3,74	1,37	1,39	1,32	1,52	2,09	2,59	2,49	2,73	3,47	3,80
13,2	7,21	3,15	1,92	1,82	2,32	2,57	2,62	3,19	3,54	3,94	4,66
15,3	10,92	4,56	2,01	1,70	1,26	1,29	1,96	2,02	2,07	2,70	2,86
16,4	13,32	5,59	2,51	1,26	1,24	0,99	1,22	1,23	1,93	2,13	2,34

Таблица 3 позволяет наглядно выявить влияние на характеристическую кривую НКТ ее внутреннего диаметра (рис. 3).

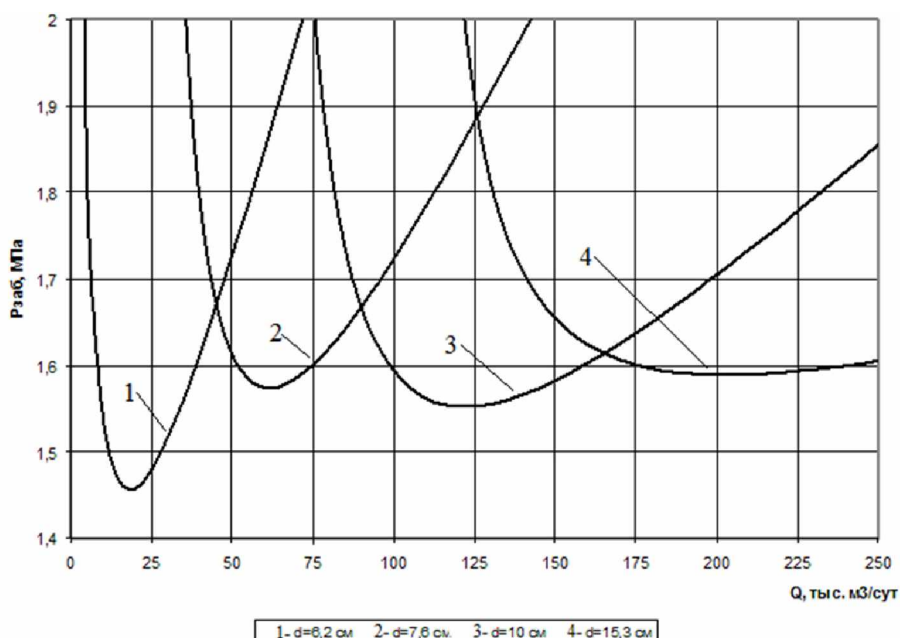


Рис. 3. Влияние внутреннего диаметра вертикальной лифтовой трубы (НКТ) на характеристическую кривую (на зависимость забойного давления от дебита скважины по газу)

Однако табличное представление результатов вычислений по сложному вычислительному алгоритму инженерно-техническим работникам на производстве будет малоприспособно для практического применения

Возможный вид уравнения для аппроксимации характеристических кривых вертикальных лифтовых труб. Анализ данных в таблицах типа табл. 2 и 3 позволяет рекомендовать для практического применения следующий общий вид уравнения для аппроксимации всех характеристических кривых вертикальных лифтовых труб:

$$P_{заб} = a_1 \cdot \exp(b_1 \cdot Q) + a_2 \cdot \exp(b_2 \cdot Q) + a_0, \tag{11}$$

где $P_{заб}$, МПа; дебит Q , $\frac{\text{тыс. м}^3}{\text{сут}}$.

Коэффициенты уравнения (11) зависят от длины L , м НКТ; внутреннего диаметра d НКТ; водогазового фактора (ВГФ) $q_{в}$, м³/сут. и устьевого давления $p_{уст}$, МПа. В табл. 4 и 5 приведены коэффициенты эмпирического уравнения характеристических кривых вертикальных лифтовых труб для различных исходных данных.

Таблица 4

Коэффициенты уравнения (11) для значений устьевого давления $p_{уст} = 1,01$ МПа и водогазового фактора $q_{в} = 0,2$, м³/сут., когда варьируется внутренний диаметр НКТ

Коэффициенты	Внутренний диаметр НКТ, см						
	6,2	7,0	7,6	10	13,2	15,3	16,4
b_1	0,0081	0,0058	0,0042	0,0019	0,0005	0,0002	0,0001
b_2	-0,0324	-0,0291	-0,0223	-0,0322	-0,0222	-0,0192	-0,0194
a_1	3,2037	2,2263	2,7462	1,8206	14,1408	28,2360	37,4810
a_2	3,7177	3,1143	2,8675	2,8395	6,3754	10,7944	13,7557
a_3	-3,9872	-2,5243	-2,7773	-0,9056	-13,3355	-28,2303	-38,1276

Таблица 5

Коэффициенты уравнения (11) для значений устьевого давления $p_{уст} = 1,01$ МПа, когда варьируются устьевое давление и водогазовый фактор $q_{в}$

$p_{уст}$, МПа $q_{в}$, м ³ /сут.	Коэффициент уравнения (12)	Числовые значения коэффициентов для лифтовых труб длиной $L = 10000$ м и внутренним диаметром $d = 10$ см
0,78 $q_{в} = 0,2$ м ³ /сут.	b_1	0,0030
	b_2	-0,0640
	a_1	2,0609
	a_2	7,1691
	a_0	-1,7602
1,01 $q_{в} = 0,2$ м ³ /сут.	b_1	0,00190
	b_2	-0,0322
	a_1	1,8206
	a_2	2,8395
	a_0	-0,9056
1,1 $q_{в} = 0,2$ м ³ /сут.	b_1	0,0006
	b_2	-0,0081
	a_1	2,7064
	a_2	4,5506
	a_0	-3,1244
1,35 $q_{в} = 0,2$ м ³ /сут.	b_1	0,0005
	b_2	-0,0071
	a_1	4,8338
	a_2	4,7835
	a_0	-5,4075
1,45 $q_{в} = 0,2$ м ³ /сут.	b_1	0,0003
	b_2	-0,0091
	a_1	9,9878
	a_2	10,6487
	a_0	-9,8399

4,28 $q_{в} = 0,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$	b_1	0,0001
	b_2	-0,0040
	a_1	125,3293
	a_2	5,1185
	a_0	-124,6074
4,39 $q_{в} = 0,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$	b_1	0,0001
	b_2	-0,0013
	a_1	219,7778
	a_2	34,4613
	a_0	-248,3381
4,16 $q_{в} = 0,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$	b_1	0,0005
	b_2	-0,0039
	a_1	26,8205
	a_2	8,4619
	a_0	-28,7261
4,30 $q_{в} = 0,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$	b_1	0,0003
	b_2	-0,0168
	a_1	6,7732
	a_2	3,9724
	a_0	-2,5869

Таблицы 4 и 5 совместно с эмпирическим уравнением (11) характеристических кривых значительно расширяют возможности расчета технологических режимов эксплуатации газовых скважин с водопроявлениями. Например, на рис. 4 с помощью уравнения (11) и табл. 5 построены характеристические кривые $p_{заб} = p_{заб}(Q)$ на интервале $0 \leq Q \leq 500$ для следующих исходных данных: $q_{в} = 0,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$, $L = 1000$ м и $d = 10$ см. Значения устьевого давления: $p_{уст} = 4,27; 4,39$.

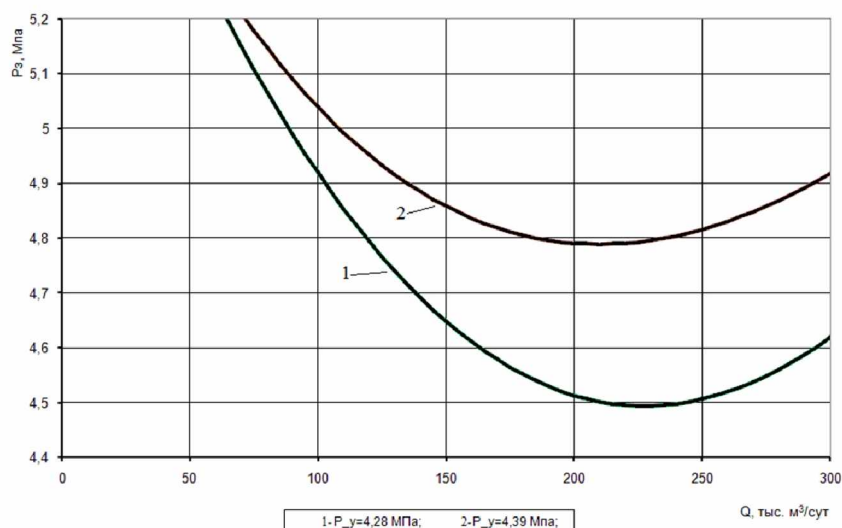


Рис. 4. Влияние изменения устьевого давления на характеристическую кривую вертикальной лифтовой трубы

На рис. 5 с помощью уравнения (11) и табл. 4 построены характеристические кривые для НКТ с разными внутренними диаметрами.

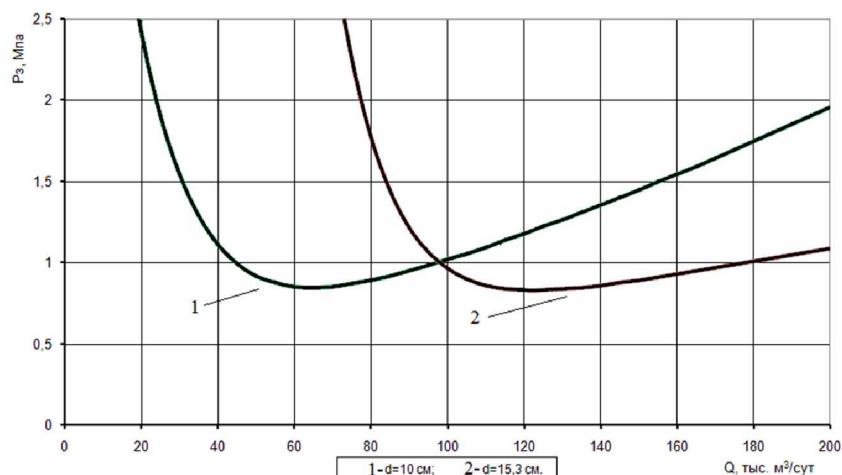


Рис. 5. Характеристические кривые для труб с внутренними диаметрами 10 и 15,3 см. Длина НКТ $L = 1000$ м, давление на устье $p_{уст} = 0,78$ МПа и водогазовый фактор $q_v = 0,2$ м³/сут.

Заключение. Полученные в статье инженерные методики позволяют строить характеристические кривые для газовых скважин, подверженных водопроявлениям, а также, при необходимости, получать оценки забойного давления. На основании таких оценок можно судить о соответствии технологического режима эксплуатации скважины с энергетическим состоянием пласта в призабойной зоне и рабочими устьевыми давлениями. Построенная аппроксимационная модель (5) для расчета приведенного градиента давления в вертикальном газожидкостном потоке, описывающая все множество имеющихся экспериментальных данных, по мнению авторов, заслуживает внедрения в практику. Данная модель для ПАО «Газпром» дает большой экономический эффект, так как позволяет сократить объемы дорогостоящих и трудозатратных экспериментальных исследований по замерам приведенных градиентов давлений в вертикальных газожидкостных потоках, поскольку она требует своего уточнения лишь в узких областях значений чисел Фруда, а не в глобальной области всех физически возможных их значений.

Список литературы

1. Ли Дж., Никенсю Г., Уэллс М. Эксплуатация обводняющихся газовых скважин. М.: Премиум Инжиниринг, 2008.
2. Gray H. E. Vertical Flow Correlation in Gas Wells / User manual for API 14B, Subsurface controlled safety valve sizing computer program, App. B. EPR Report, 1974.
3. Amusa Samuel. Optimal Position of the Extended Tail Pipes for Liquid Removal from Gas Wells: Faculty of Aerospace Engineering TU Delft in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Science. Royal Dutch Shell, Rijswijk, Netherlands, 2009.
4. Ахмедов Б. Г., Бузинов С. Н. Эксплуатация газовых скважин на поздней стадии разработки // Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М.: ВНИИЭгазпром, 1980. Вып. 10. 37 с.
5. Бузинов С. Н., Гереш Г. М., Николаев О. В., Харитонов А. Н., Шулепин С. А. К вопросу о выборе газлифтной эксплуатации скважин на поздней стадии разработки газового месторождения // Территория нефтегаз. 2013. № 5. С. 80–83.

6. Николаев О. В. Регулирование работы газовых скважин на завершающей стадии разработки залежей по результатам экспериментальных исследований газожидкостных потоков в вертикальных трубах: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17. М., 2012.
7. Муравьев И. М., Крылов А. П. Эксплуатация нефтяных месторождений. М.-Л.: ГТТИ, 1949.
8. Коротаев Ю. П. Избранные труды. М.: Недра, 1996.
9. Адамов Г. А. Движение реальных газов по вертикальным трубам при высоких давлениях // Тр. ВНИИГаза. М.: Гостоптехиздат, 1951.
10. Медко В. В. Технология удаления жидкости из газовых скважин с лифтовыми колоннами с большими диаметрами: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17. М., 2007.
11. Бузинов С. Н., Шулятиков В. И. Экспериментальное исследование потерь давления в малодебитных газовых скважинах, работающих с жидкостью // Разработка месторождений, промысловая и заводская обработка газа, транспорт газа. М.: ВНИИГАЗ, 1974. Вып. 2. С. 60–69.
12. Басниев К. С., Дмитриев, Розенберг Г. Д. Нефтегазовая гидромеханика: учеб. пособие для вузов. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 544 с.
13. Зотов Г. А., Алиев З. С. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных скважин. М.: Недра, 1980.

References

1. Li Dzh., Nikensyu G., Uells M. Ekspluatatsiya obvodnyayushchikhsya gazovykh skvazhin. М.: Premium Inzhiniring, 2008.
2. Gray H. E. Vertical Flow Correlation in Gas Wells / User manual for API 14B, Subsurface controlled safety valve sizing computer program, App. B. EPR Report, 1974.
3. Amusa Samuel. Optimal Position of the Extended Tail Pipes for Liquid Removal from Gas Wells: Faculty of Aerospace Engineering TU Delft in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Science. Royal Dutch Shell, Rijswijk, Netherlands, 2009.
4. Akhmedov B. G., Buzinov S. N. Ekspluatatsiya gazovykh skvazhin na pozdnei stadii razrabotki // Razrabotka i ekspluatatsiya gazovykh i gazokondensatnykh mestorozhdenii. М.: VNIIEgazprom, 1980. Vyp. 10. 37 s.
5. Buzinov S. N., Geresh G. M., Nikolaev O. V., Kharitonov A. N., Shulepin S. A. K voprosu o vybore gazliftnoi ekspluatatsii skvazhin na pozdnei stadii razrabotki gazovogo mestorozhdeni // Territoriya neftegaz. 2013. № 5. S. 80–83.
6. Nikolaev O. V. Regulirovanie raboty gazovykh skvazhin na zavershayushchei stadii razrabotki zalezhei po rezul'tatam eksperimental'nykh issledovaniy gazozhidkostnykh potokov v vertikal'nykh trubakh: dis. ... kand. tekhn. nauk: 25.00.17. М., 2012.
7. Murav'ev I. M., Krylov A. P. Ekspluatatsiya neftyanykh mestorozhdenii. М.-Л.: ГТТИ, 1949.

8. Korotaev Yu. P. Izbrannye trudy. M.: Nedra, 1996.
9. Adamov G. A. Dvizhenie real'nykh gazov po vertikal'nym trubam pri vysokikh davleniyakh // Tr. VNIIGaza. M.: Gostoptekhizdat, 1951.
10. Medko V. V. Tekhnologiya udaleniya zhidkosti iz gazovykh skvazhin s liftovyimi kolonnami s bol'shimi diametrami: dis. ... kand. tekhn. nauk: 25.00.17. M., 2007.
11. Buzinov S. N., Shulyatkov V. I. Eksperimental'noe issledovanie poter' davleniya v malodebitnykh gazovykh skvazhinakh, rabotayushchikh s zhidkost'yu // Razrabotka mestorozhdenii, promyslovaya i zavodskaya obrabotka gaza, transport gaza. M.: VNIIGAZ, 1974. Vyp. 2. S. 60–69.
12. Basniev K. S., Dmitriev, Rozenberg G. D. Neftegazovaya gidromekhanika: ucheb. posobie dlya vuzov. M.; Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2005. 544 s.
13. Zotov G. A., Aliev Z. S. Instruktsiya po kompleksnomu issledovaniyu gazovykh i gazokondensatnykh skvazhin. M.: Nedra, 1980.

Библиографическое описание статьи

Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Кравцов А. М., Петросянц М. Т. Эмпирическая модель движения газожидкостных потоков в вертикальных лифтовых трубах газовых скважин // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 45–58.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-45-58.

Reference to article

Tolpayev V. A., Akhmedov K. S., Kravtsov A. M., Petrosyants M. T. The Empirical Model of the Motion of Gas-Liquid Flow in Vertical Gas Well Tubing // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. No 4. P. 45–58.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-45-58.

Статья поступила в редакцию 20.04.2016

Олег Никифорович Шабловский,

*доктор физико-математических наук, профессор,
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого
(246746, Беларусь, г. Гомель, пр-т Октября, 48),
e-mail: shablousky-on@yandex.ru*

Дмитрий Григорьевич Кроль,

*кандидат физико-математических наук, доцент,
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого
(246746, Беларусь, г. Гомель, пр-т Октября, 48),
e-mail: kr-dmitry@yandex.ru*

Иван Александрович Концевой,

*старший преподаватель,
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого
(246746, Беларусь, г. Гомель, пр-т Октября, 48),
e-mail: ivankon@yandex.ru*

Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами

Дано новое точное аналитическое решение, определяющее стационарное течение вязкой жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами. Центральным пунктом применяемой гидродинамической модели является внешняя сила трения Рэлея. Рассмотрены изотермический и неизотермический режимы движения жидкости. Представлены два типа неизотермического поведения эффективного коэффициента внешнего сопротивления по отношению к температуре потока: речь идет о росте/убывании коэффициента сопротивления при возрастании температуры. Установлено, что основным элементом аналитической структуры профилей скорости и температуры является функция синус, имеющая своим аргументом логарифмическую координату. Проведены числовые расчёты и представлены варианты течения, относящиеся к подвижному/неподвижному внешнему и внутреннему цилиндрам. Определены функциональные связи завихренности с динамическими и тепловыми параметрами течения: «градиент давления – завихренность», «тепловой поток – завихренность», «вязкое напряжение – завихренность» и др. Обнаружена неоднозначная зависимость завихренности течения от вязкого касательного напряжения. Представлена графическая информация, дающая возможность проанализировать свойства изотермического и неизотермического течений. Обсуждены закономерности формирования профилей скорости, давления, коэффициента сопротивления, вязкого касательного напряжения, завихренности. Обнаружен важный в теоретическом и практическом отношении факт: температура подвижной стенки цилиндра может служить управляющим параметром воздействия на завихренность течения. В частности, это означает, что можно указать такую температуру вращающейся стенки, что завихренность на ней будет нулевой.

Ключевые слова: цилиндрическое течение, сила трения Рэлея, нелинейный коэффициент сопротивления, завихренность

Oleg N. Shablovsky,

*Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Pavel Sukhoi State Technical University of Gomel
(48 Oktyabrya pr., Gomel, 246746, Belarus),
e-mail: shablovsky-on@yandex.ru*

Dmitry G. Kroll,

*Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor,
Pavel Sukhoi State Technical University of Gomel
(48 Oktyabrya pr., Gomel, 246746, Belarus),
e-mail: kr-dmitry@yandex.ru*

Ivan A. Kontsevoy,

*Senior Lecturer,
Pavel Sukhoi State Technical University of Gomel
(48 Oktyabrya pr., Gomel, 246746, Belarus),
e-mail: ivankon@yandex.ru*

Nonlinear Resistance and Vorticity of the Fluid Flow Between Two Coaxial Rotating Cylinders

A new exact analytical solution for the stationary flow of a viscous fluid between two coaxial cylinders is given. The main point of the hydrodynamical model is the external Rayleigh friction force. Isothermal and non-isothermal regimes of the fluid flow are considered. We present two types of non-isothermal behaviour of the effective coefficient of external resistance on account of the flow temperature. Namely we regard elevation/decrease of the resistance coefficient at the rise of temperature. We have established that the main element of analytical structures of the profiles of velocity and temperature is sine function with a logarithmic coordinate as an argument. We present the flow variants referring to movable and stationary cylinders. We determined a series of functional connections between vorticity and flow parameters: “pressure gradient — vorticity”, “heat flux — vorticity”, “viscous stress — vorticity”, etc. An ambiguous dependence of the flow vorticity on the shear viscous strain is discovered. The properties of isothermal and non-isothermal flows are presented in graphical form. Formation of profiles of velocity, pressure, resistance coefficient, viscous shear strain and vorticity is discussed. It is established that the temperature of the cylinder’s movable wall can regulate the flow vorticity. Namely, there can exist a temperature of zero vorticity.

Keywords: cylindrical flow, Rayleigh friction force, nonlinear resistance coefficient, vorticity

Введение. Для вязкой несжимаемой жидкости в полярных координатах (r, φ) рассмотрим следующий класс стационарных цилиндрических течений:

$$v_r \equiv 0, \quad v_\varphi = v(r), \quad p = p(r), \quad T = T(r), \quad (1)$$

$$F_r \equiv 0, \quad F_\varphi = F_\varphi(v^2, T, r), \quad q_v = q_v(v^2, T, r), \quad c_p, \lambda, \mu, \rho - const,$$

$$\tau_{rr} \equiv 0, \quad \tau_{\varphi\varphi} \equiv 0, \quad \tau_{r\varphi} = \mu \left(\frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right).$$

Здесь $\mathbf{v}(v_r, v_\varphi)$ – вектор скорости; ρ – плотность; $\mathbf{F}(F_r, F_\varphi)$ – вектор массовой силы; $\tau_{rr}, \tau_{\varphi\varphi}, \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r}$ – компоненты девиатора тензора напряжений; T – температура; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент динамической вязкости; q_v – объемная мощность внутренних источников энергии.

Задача о течении вязкой жидкости между двумя коаксиальными вращающимися цилиндрами относится к классическим проблемам гидродинамики. Прикладные аспекты данного вопроса связаны с гидродинамической теорией смазки, с формированием вихревых структур в природных и технических гидродинамических системах. Цилиндрическое течение Куэтта [11, с. 90] описывается точным решением стационарных уравнений Навье-Стокса и определяет ламинарное движение ньютоновской жидкости, возникающее при относительном вращении двух цилиндров. Фундаментальные исследования задачи о течении между цилиндрами связаны со следующими проблемами: гидродинамическая устойчивость/неустойчивость движения жидкости и начало турбулизации течения; изучение природы установления профиля скорости в зазоре между цилиндрами; влияние нагрева/охлаждения жидкости на устойчивость тепловой конвекции во вращающемся цилиндрическом слое. Современное состояние этих исследований и библиография представлены в книгах [1; 2; 6]. В данной работе рассматривается неклассический вариант задачи о течении жидкости между соосными вращающимися цилиндрами. А именно: учитывается рэлеевская сила сопротивления $\mathbf{F} \equiv \mathbf{F}^R = -\zeta \mathbf{v}$, где $\zeta > 0$ – коэффициент «внешнего» трения. Такая физическая модель означает [4, с. 118], что влияние стенок и ламинарного пограничного слоя сводится к эффективному затормаживанию движения жидкости. Уравнения гидродинамики с рэлеевским трением применялись в [4; 5] для теоретического изучения и лабораторного моделирования периодических течений в тонких слоях жидкости, а также для анализа крупномасштабных физических явлений в океане и атмосферах вращающихся планет. Модель сопротивления Рэлея оказалась эффективной в задачах тепломассообмена при кристаллизации полупроводников в условиях орбитального полета [7]. Основная идея этого подхода состоит в том, что гидродинамическое описание расплава учитывает наличие кластерных образований, которые оказывают сопротивление течению. Обычно в теоретических расчетах используется линейный вариант силы трения: $\zeta = \text{const}$. В рамках приближения $\zeta \sim |\mathbf{v}|$ в [4] построены гидродинамические системы, описывающие каскадный процесс преобразования энергии в турбулентном потоке. Далее полагаем, что коэффициент сопротивления монотонно растет при увеличении $|\mathbf{v}|$ и является четной функцией скорости: $\zeta = \zeta(v^2, T, r)$, $\partial\zeta/\partial(v^2) > 0$. Объемный источник энергии $q_v(v^2, T, r)$ моделирует воздействие внутренних источников тепла и теплообмен жидкости с внешней средой. Для представленной здесь задачи вид функции источника детерминирован структурой применяемого аналитического решения. Для диссипативной функции Φ принимаем оценку $\Phi \ll |q_v|$, т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии. Несколько новых аналитических решений стационарных уравнений гидродинамики вязкой жидкости с учетом нелинейной внешней силы сопротивления течению построены и изучены в [8; 9]; в этих статьях были рассмотрены плоские двумерные движения. Настоящая работа имеет своей целью: 1) дать новое точное решение, определяющее цилиндрическое течение вязкой жидкости, испытывающей нелинейное воздействие внешнего сопротивления; 2) изучить динамические и тепловые свойства завихренности потока для двух типов температурной зависимости коэффициента сопротивления.

Точное решение. В классе решений (1) уравнения Навье-Стокса и уравнение энергии [11, с. 73] имеют вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{v^2}{r}, \quad (2)$$

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} = \frac{v}{r^2} - \frac{F_\varphi}{\nu}, \quad \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{\lambda}, \quad (3)$$

$$F_\varphi = -\zeta v, \quad \zeta = \zeta(v^2, T, r), \quad q_v = q_v(v^2, T, r).$$

Очевидно, что уравнение неразрывности выполняется тождественно. Давление $p(r)$ подсчитывается автономно от динамической системы (3). Два уравнения в (3) зацепляются друг за друга из-за температурной зависимости коэффициента сопротивления ($\partial\zeta/\partial T \neq 0$), а также вследствие зависимости объемного источника энергии от кинетической энергии жидкости, $\partial q_v/\partial(v^2) \neq 0$.

Применяя логарифмическую координату $\alpha \equiv \bar{R}/2 = \ln(r/r_0)$, запишем уравнения (2–3) в следующей форме

$$dp/d\alpha = \rho v^2, \quad (4)$$

$$d^2v/d\alpha^2 = v[1 + (r^2\zeta/\nu)], \quad d^2\tau/d\alpha^2 = -r^2q_v c_1/(\lambda v_1). \quad (5)$$

Здесь $T - T_0 = v_1\tau/c_1$, где c_1, v_1 — положительные постоянные, имеющие размерность удельной теплоемкости Дж/(кг·град) и скорости соответственно; T_0 — отсчетное значение температуры. Далее будем применять безразмерные величины, обозначая их чертой сверху: $\bar{v} = v/v_1, \bar{\tau} = \tau/v_1, \bar{r} = r/r_0$.

Для коэффициента сопротивления и источника энергии применяем частные зависимости следующего вида:

$$\bar{\zeta} \equiv r_0^2\zeta/\nu = [2(1 - 3\bar{\tau}^2 + \bar{v}^2) - 1]/\bar{r}^2, \quad (6)$$

$$\bar{q}_v \equiv c_1 r_0^2 q_v/(\lambda v_1^2) = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{v}^2 - 1)/\bar{r}^2 \quad (7)$$

и тогда из (5) получаем

$$d^2\bar{v}/d\alpha^2 = 2\bar{v}(1 - 3\bar{\tau}^2 + \bar{v}^2), \quad d^2\bar{\tau}/d\alpha^2 = 2\bar{\tau}(1 - \bar{\tau}^2 + 3\bar{v}^2).$$

Применяя для этой динамической системы математические результаты работы [10], находим точное решение, определяющее скорость и температуру жидкости

$$\bar{v} = 2\varepsilon \cdot \sin(2\alpha)/\delta, \quad \bar{\tau} = (1 - \varepsilon^2)/\delta, \quad \delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cdot \cos(2\alpha). \quad (8)$$

Здесь ε — параметр решения. В частном случае $\varepsilon^2 = 1$ получаем изотермическое течение, $T = T_0 \equiv \text{const}$. Для функций (6, 7) явная зависимость от радиальной координаты характеризует структурную неоднородность, присущую внешней силе сопротивления за счет образования кластеров. В формуле (7) разность $\bar{\tau}^2 - 3\bar{v}^2$ можно интерпретировать как конкуренцию между выделением тепловой энергии и потерями кинетической энергии вязкого потока. Динамические и тепловые свойства коэффициента сопротивления определяются неравенствами $\partial\bar{\zeta}/\partial(\bar{\tau}^2) < 0, \partial\bar{\zeta}/\partial(\bar{v}^2) > 0$. Условие $\zeta > 0$ выполнено при

$$-\frac{\pi}{2} - \Delta < 2\alpha < \frac{\pi}{2} + \Delta, \quad \frac{18 - \sqrt{224}}{10} < \varepsilon^2 < \frac{18 + \sqrt{224}}{10},$$

где $\Delta > 0$ — малое конечное число.

Изотермическое течение. При $\varepsilon = 1$ представленное выше точное решение (4, 6, 8) имеет вид

$$\bar{v} = \frac{\sin \bar{R}}{1 + \cos \bar{R}}, \quad \bar{p} \equiv \frac{(p - p_0)}{\rho v_1^2} = \bar{v} - \frac{\bar{R}}{2}, \quad (9)$$

$$\bar{\zeta} \equiv r_0^2\zeta/\nu = (1 + 2\bar{v}^2)/\bar{r}^2, \quad \bar{r} \neq \exp(\pi/2).$$

Здесь \bar{R} – логарифмическая координата; r_0, v_1 – положительные константы, они имеют размерность длины и скорости соответственно. Условие $p > 0$ обеспечивается подходящим выбором константы $p_0 > 0$. Данное решение справедливо на конечном отрезке r и определяет течение между двумя непроницаемыми коаксиальными цилиндрами. На обеих граничных окружностях выполнено условие прилипания. Возможны следующие три варианта (рис. 1). Вариант 1: $r \in [r_0, r_1]$, $0 < r_0 < r_1$. Вариант 2: $r \in [r_2, r_0]$, $0 < r_2 < r_0$. Вариант 3: $r \in [r_2, r_1]$, $0 < r_2 < r_0 < r_1$. Для варианта 1 имеем: внутренний цилиндр $r = r_0$ неподвижен, $v_\varphi(r = r_0) = 0$, а внешний цилиндр $r = r_1$ вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = v_\varphi(r = r_1)/r_1$. В этом цилиндрическом зазоре $0 \leq \bar{R} \leq 2 \ln(r_1/r_0)$. Для варианта 2 имеем: внешний цилиндр $r = r_0$ неподвижен, $v_\varphi(r = r_0) = 0$, а внутренний цилиндр $r = r_2$ вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_2 = v_\varphi(r = r_2)/r_2$. В этом цилиндрическом зазоре $2 \ln(r_2/r_0) \leq \bar{R} \leq 0$.

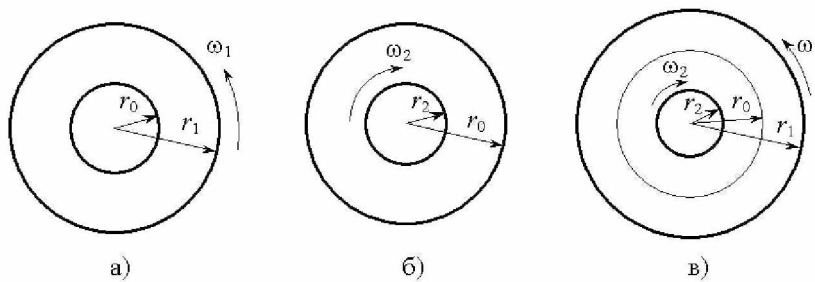


Рис. 1. Схема расположения подвижного и неподвижного цилиндров для трех вариантов течения; части а, б, в соответствуют вариантам 1, 2, 3

Вариант 3 является объединением вариантов 1 и 2: внутренний ($r = r_2$) и внешний ($r = r_1$) цилиндры вращаются вокруг их общей оси; на линии $r = r_0$ жидкость неподвижна. В этом цилиндрическом зазоре $2 \ln(r_2/r_0) \leq \bar{R} \leq 2 \ln(r_1/r_0)$. Ясно, что при $r = r_0$ функция $p = p(r)$ имеет перегиб: $r = r_0$, $\bar{R} = 0$, $v = 0$, $dp/dr = 0$, $d^2p/dr^2 = 0$, $d^3p/dr^3 \neq 0$.

Вихрь скорости $\mathbf{w}(\omega_r, \omega_\varphi, \omega_z)$ имеет только одну компоненту

$$\omega_r \equiv 0, \quad \omega_\varphi \equiv 0, \quad \omega_z = [v_\varphi + r(dv_\varphi/dr)]/(2r),$$

где z – координата, отсчитываемая вдоль оси цилиндра. В результате вычислений получаем

$$\bar{\omega} \equiv \omega_z r_0 / v_1 = \left[1 + \bar{p} + (\bar{R}/2) + (\bar{p} + (\bar{R}/2))^2 \right] / (2\bar{r}). \quad (10)$$

Обсудим корреляцию «давление – завихренность». Расчеты показывают, что для варианта 1 (неподвижный внутренний цилиндр) условие $\partial \bar{\omega} / \partial \bar{p} = 0$ не выполняется. Если же неподвижен внешний цилиндр (вариант 2), то условие $\partial \bar{\omega} / \partial \bar{p} = 0$ выполняется при $\bar{p} = -(1 + \bar{R})$. Это значит, что в таком течении завихренность $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\bar{R}, \bar{p})$ есть немонотонная функция по отношению к аргументу \bar{p} . Данный вывод справедлив при каждом r^2 из интервала $0 < r^2 < (r_0^2/e)$. Зависимость (9) показывает, что для всех представленных здесь вариантов отсутствуют точки с нулевой завихренностью: $\bar{\omega}(\bar{R}, \bar{p}) \neq 0$. Безразмерные градиент давления и вязкое касательное напряжение вычисляются по формулам

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{r}} = \frac{(\bar{v})^2}{\bar{r}}, \quad \bar{\tau}_{r\varphi} \equiv \frac{\tau_{r\varphi}}{\rho v_1^2} = \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \left(2 \frac{d\bar{v}}{d\bar{R}} - \bar{v} \right), \quad \bar{v} = \frac{\mu}{\rho v_1 r_0}, \quad \frac{d\bar{v}}{d\bar{R}} = \frac{1}{1 + \cos \bar{R}}.$$

Величина $1/\bar{v}$ есть число Рейнольдса; при проведении вычислений оно принято равным единице. Изучаемое решение (8) не содержит ограничений на выбор числа Рейнольдса. Результаты расчетов представлены на рис. 2. Обсудим корреляции «завихренность – градиент

давления» и «завихренность – касательное напряжение». Для всех трех вариантов зависимость $\bar{\omega}$ от $d\bar{p}/d\bar{r}$ монотонно возрастающая; в случае двух подвижных цилиндров имеем две монотонные ветви (рис. 2в). В потоке с подвижными, вращающимися в противоположных направлениях стенками наблюдается двузначная зависимость $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\bar{\tau}_{r\varphi})$ (рис. 2г). Нижние ветви графиков на рис. 2в, г соответствуют внутренней (по отношению к $r = r_0$) области течения; верхние ветви соответствуют внешней ($r_0 < r < r_1$) области. Темным кружком на рис. 2г отмечена точка ($\bar{r} = 1$), в которой сходятся верхняя и нижняя ветви кривой $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\bar{\tau}_{r\varphi})$. Очевидно, что для течения с неподвижным внутренним цилиндром (вариант 1) тоже наблюдается двузначная связь $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\bar{\tau}_{r\varphi})$: при одном и том же $\bar{\tau}_{r\varphi}$ завихренность принимает два различных значения. Если же неподвижен внешний цилиндр (вариант 2), то эта связь – однозначная.

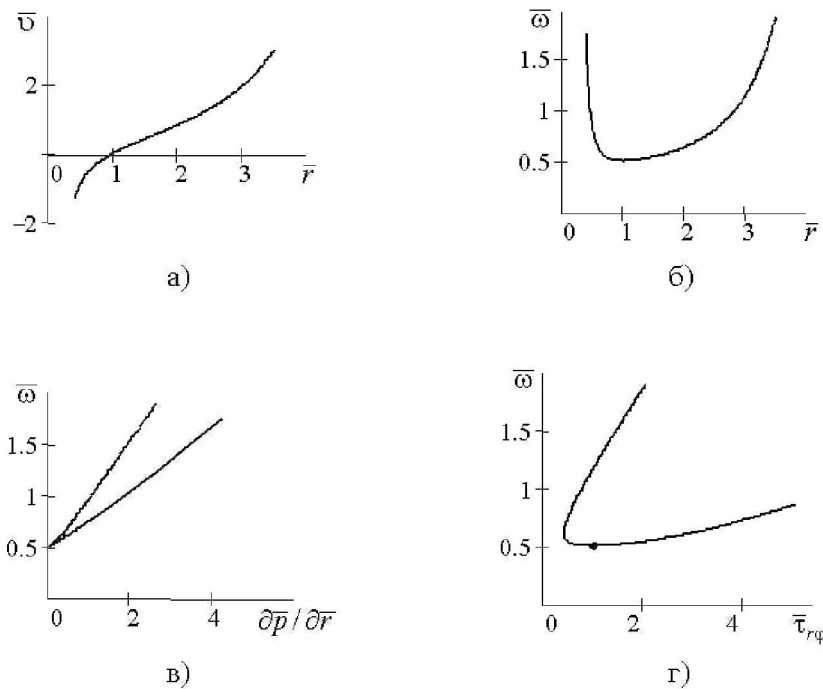


Рис. 2. Изотермическое течение между цилиндрами, вращающимися в противоположных направлениях

Неизотермическое течение. Работаем с формулами (8). Нетрудно видеть, что $\delta > 0$ при $\varepsilon^2 \neq 1$. Если $\varepsilon^2 < 1$, то $\tau > 0$, течение происходит в «горячей» области, $T > T_0$. Если $\varepsilon^2 > 1$, то $\tau < 0$, имеем «холодную» область, $0 < T < T_0$. Конечную связь между скоростью и температурой (первый интеграл) можно представить в следующей форме:

$$(\bar{\tau} - \bar{\tau}_1)^2 + \bar{v}^2 = R_\varepsilon^2(\varepsilon^2) \equiv 4\varepsilon^2/(1 - \varepsilon^2)^2, \bar{\tau}_1 = (1 + \varepsilon^2)/(1 - \varepsilon^2), \bar{\tau}_1^2 - R_\varepsilon^2 = 1. \quad (11)$$

На плоскости $(\bar{\tau}, \bar{v})$ имеем окружность радиуса R_ε с центром в точке $(\bar{\tau}_1, 0)$. В горячей области $\bar{\tau}_1 > 0$, $d(R_\varepsilon^2)/d(\varepsilon^2) > 0$; в холодной области $\bar{\tau}_1 < 0$, $d(R_\varepsilon^2)/d(\varepsilon^2) < 0$. Так же, как в изотермическом случае, имеем три варианта течения (рис. 1). Концентрические окружности $r = \text{const}$ являются изотермами. Это значит, что температуры цилиндрических стенок постоянны и зависят от выбора констант T_0, ε, c_1 . Радиальный тепловой поток $q_r = -\lambda(dT/dr)$ в безразмерном виде записывается следующим образом:

$$\bar{q} = \frac{c_1 r_0 q_r}{\lambda v_1^2} = -\frac{d\bar{\tau}}{d\bar{r}}, \quad \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{r}} = \frac{4\varepsilon(1 - \varepsilon^2) \sin(2\alpha)}{\bar{r}\delta^2}.$$

Отсюда следует, что неподвижная стенка ($\bar{v} = 0$) теплоизолирована: $q_r = 0$. Своеобразие поведения теплового потока и источника энергии обсудим на примере варианта 1. Расчеты показывают, что в холодной области происходит объемное выделение энергии $q_v(\varepsilon, r = r_0) > 0$, $q_v(\varepsilon, r = r_1) > 0$; тепловой поток отводится от жидкости через подвижную стенку, $q(r = r_1) > 0$. В горячей области происходит объемный сток энергии $q_v(\varepsilon, r = r_0) < 0$, $q_v(\varepsilon, r = r_1) < 0$; тепловой поток поступает в область течения через подвижную стенку, $q(r = r_1) < 0$. Для варианта 2 в горячей области $q_v(\varepsilon, r = r_0) < 0$, $q_v(\varepsilon, r = r_2) < 0$; тепловой поток поступает в жидкость через подвижную стенку, $q(r = r_2) > 0$. В холодной области $q_v(\varepsilon, r = r_0) > 0$, $q_v(\varepsilon, r = r_2) > 0$; тепловой поток отводится от подвижной стенки, $q(r = r_2) < 0$. Рассмотрим возможность существования линии нулевой завихренности $\omega = 0$:

$$(1 + \varepsilon^2) \sin(2\alpha) + 2\varepsilon \sin(2\alpha) \cos(2\alpha) + 2(1 + \varepsilon^2) \cos(2\alpha) + 4\varepsilon = 0. \quad (12)$$

На неподвижной стенке имеем $\sin(2\alpha) = 0$, $\cos(2\alpha) = \pm 1$, следовательно, в этом случае (12) не выполняется ни при каком $\varepsilon^2 \neq 1$. Таким образом, на неподвижной стенке всегда имеем ненулевую завихренность $\omega \neq 0$. Разрешив (12) относительно ε , находим: $\omega = 0$, если

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{-2 - \sin(2\alpha) \cos(2\alpha) \pm \sin(2\alpha) \sqrt{4 - \sin^2(2\alpha)}}{\sin(2\alpha) + 2 \cos(2\alpha)}.$$

Анализ показывает, что существует подвижная стенка [$\sin(2\alpha_*) \neq 0$], для которой можно указать такое значение $\varepsilon = \varepsilon_*$, т.е. такую температуру $\tau = \tau_*$, что $\omega_* = 0$ на этой стенке. Например, пусть $\sin(2\alpha_*) = \sqrt{2}/2$, $\cos(2\alpha_*) = \sqrt{2}/2$. Тогда $(\varepsilon_*)_{1,2} = (-5 \pm \sqrt{7})/(3\sqrt{2})$. Из соображений непрерывности ясно, что можно получить $\omega = 0$ при значениях ε , взятых из окрестности $\varepsilon = \varepsilon_*$. Данный результат означает, что температура стенки служит управляющим фактором воздействия на завихренность течения.

Приведем здесь (рис. 3, 4, 5) основные итоги численных расчетов в горячей области для вариантов 1 и 3. Для того, чтобы наглядно продемонстрировать тепловые свойства коэффициента сопротивления и объемного источника энергии, трансформируем с помощью (8, 11) исходные выражения (6, 7) к следующему виду, представляющему собой эффективные зависимости $\bar{\zeta}$ и \bar{q}_v от температуры:

$$\bar{\zeta}(\bar{v}^2(\bar{r}), \bar{\tau}(\bar{r}), \bar{r}) \equiv f_{\zeta}(\bar{\tau}), \quad \bar{q}_v(\bar{v}^2(\bar{r}), \bar{\tau}(\bar{r}), \bar{r}) \equiv Q_v(\bar{\tau}).$$

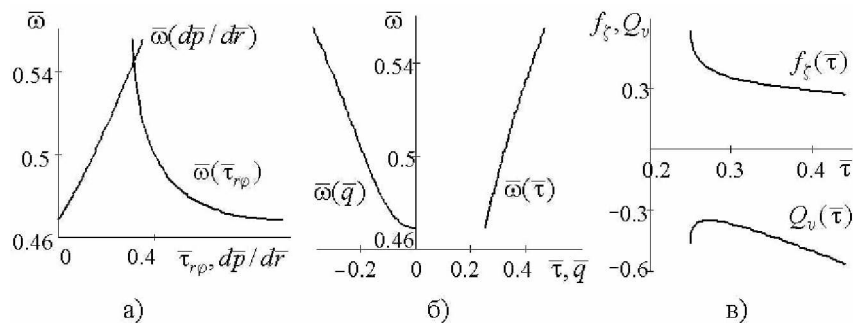


Рис. 3. Неизотермическое течение, соответствующее варианту 1; неподвижен внутренний цилиндр: а, б – функциональные связи завихренности с динамическими и тепловыми параметрами; в – температурные свойства коэффициента сопротивления и объемного источника энергии

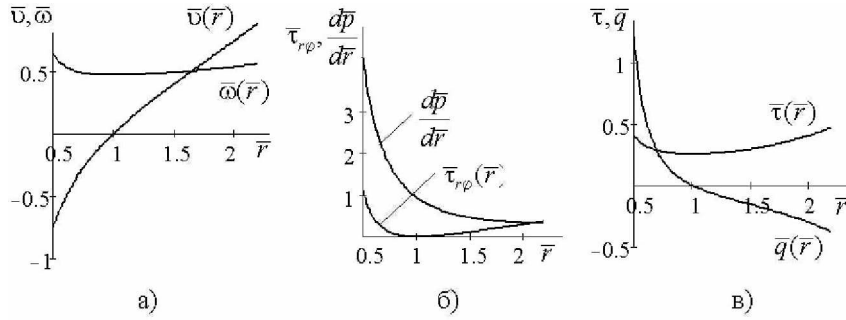


Рис. 4. Неизотермическое течение между цилиндрами, вращающимися в противоположных направлениях: графики зависимостей гидродинамических и тепловых параметров от радиальной координаты

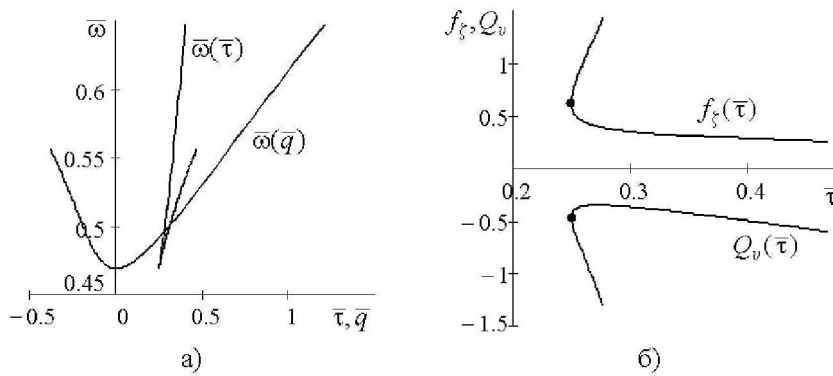


Рис. 5. Неизотермическое течение между цилиндрами, вращающимися в противоположных направлениях: а — тепловые свойства завихренности; б — температурные зависимости коэффициента сопротивления и объемного источника энергии

Обсудим вариант 1 (рис. 3). Из рис. 3а следует, что в данном классе неизотермических течений градиент давления и вязкое напряжение совершенно различным образом воздействуют на завихренность: здесь $d\bar{\omega}/d\bar{r}_{r\varphi} < 0$, а рост $d\bar{p}/d\bar{r}$ приводит к возрастанию $\bar{\omega}$. По отношению к температуре $\bar{\tau}$ и модулю теплового потока $|\bar{q}|$ наблюдается монотонный рост завихренности (рис. 3б). Температурная зависимость стока энергии $Q_v(\bar{\tau})$ немонотонная, имеет хорошо выраженный максимум. Вместе с тем $df_\zeta/d\bar{\tau} < 0$, что ассоциируется с термовязкой жидкостью, для которой $d\mu(T)/dT < 0$: это соответствует вязкости l -типа. Отметим здесь, что для вязкости g -типа выполнено неравенство $d\mu(T)/dT > 0$. Эти термины и обозначения (g — gas, l — liquid) применяются в метеорологии при изучении стационарных конвективных ячеек в слое воздуха. Библиография данного вопроса приведена в [3].

Результаты расчета варианта 3 представлены на рис. 4, 5. Графики на рис. 4 служат иллюстрацией аналитической структуры гидродинамического и теплового полей, описываемых решением (8). Напомним, что значение $\bar{r} = 1$ относится к внутренней границе, которая неподвижна и теплоизолирована; на рис. 5б это состояние отмечено темным кружком. Верхняя ветвь кривой $\bar{\omega}(\bar{\tau})$ на рис. 5а характеризует внутреннюю ($r_2 < r < r_0$) область течения, а нижняя ветвь — внешнюю область ($r_0 < r < r_1$). Такое же утверждение относится к верхней и нижней ветвям кривой $f_\zeta(\bar{\tau})$ на рис. 5б. Для линии $Q_v(\bar{\tau})$ на рис. 5б ситуация иная: верхняя/нижняя ветви этой кривой относятся к внешней/внутренней областям. Во внутренней области (вдоль верхней ветви графика функции $f_\zeta(\bar{\tau})$) имеем $df_\zeta/d\bar{\tau} > 0$, что соответствует вязкости g -типа. Во внешней области (вдоль нижней ветви графика функции $f_\zeta(\bar{\tau})$) имеем $df_\zeta/d\bar{\tau} < 0$, что соответствует вязкости l -типа (рис. 3в). Таким образом,

на границе $\bar{r} = 1$ наблюдается переключение режимов $g \leftrightarrow l$ нелинейного сопротивления жидкости.

Заключение. Новое точное аналитическое решение (8) определяет цилиндрическое течение жидкости при воздействии внешней силы трения и объемного источника энергии. Частный случай ($\varepsilon = 1$) этого решения представляет изотермическое движение. Основной результат здесь состоит в том, что при течении в зазоре между неподвижным внутренним и вращающимся внешним цилиндрами наблюдается двузначная зависимость «вязкое касательное напряжение – завихренность». Показано, что в неизотермическом течении существует первый интеграл (11), дающий связь между скоростью и температурой. Получены следующие результаты: 1) обнаружено принципиальное различие между градиентом давления и вязким касательным напряжением по характеру их воздействия на завихренность потока (рис. 3а); 2) установлено, что температура вращающейся стенки может служить управляющим параметром, влияющим на завихренность жидкости; 3) при течении между цилиндрами, вращающимися в противоположных направлениях, наблюдается переключение режимов $g \leftrightarrow l$ нелинейного внешнего сопротивления.

Список литературы

1. Андреев В. К., Гапоненко Ю. А., Гончарова О. Н., Пухначев В. В. Современные математические модели конвекции. М.: Физматлит, 2008. 368 с.
2. Белоцерковский О. М., Опарин А. М., Четкин В. М. Турбулентность: новые подходы. М.: Наука, 2003. 286 с.
3. Гетлинг А. В. Конвекция Рэлея-Бенара. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 248 с.
4. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1981. 386 с.
5. Должанский Ф. В. О механических прообразах фундаментальных гидродинамических инвариантов и медленных многообразий // Успехи физических наук. 2005. Т. 175, № 12. С. 1257–1288.
6. Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости. М.: Физматлит, 2005. 288 с.
7. Картавых А. В., Мильвидский М. Г., Гинкин В. П., Забудько М. А., Науменко О. М. Кластерная модель структуры расплавов в погранслое и ее гидродинамическое описание при моделировании процессов кристаллизации полупроводников в космосе // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2004. № 6. С. 91–98.
8. Шабловский О. Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости // Вестн. Южно-Уральского гос. ун-та. Сер. Математика. Механика. Физика. 2011. Вып. 5. № 32. С. 77–82.
9. Шабловский О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками // Изв. высш. учеб. заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. 2011. № 5. С. 55–65.
10. Шабловский О. Н. Нелинейные волновые уравнения и конкуренция источников энергии в двухкомпонентных системах // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем: сб. науч. тр. М.: Янус-К, 2010. Вып. 13. С. 78–89.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.

References

1. Andreev V. K., Gaponenko Ju. A., Goncharova O. N., Puhnachjov V. V. *Sovremennye matematicheskie modeli konvekcii*. M.: Fizmatlit, 2008. 368 s.
2. Belocerkovskij O. M., Oparin A. M., Chechjotkin V. M. *Turbulentnost': novye podhody*. M.: Nauka, 2003. 286 s.
3. Getling A. V. *Konvekcija Rjeleja-Benara*. M. Jeditorial URSS, 1999. 248 s.
4. Gledzer E. B., Dolzhanskij F. V., Obuhov A. M. *Sistemy gidrodinamicheskogo tipa i ih primenenie*. M.: Nauka, 1981. 386 s.
5. Dolzhanskij F. V. O mehanicheskikh proobrazah fundamental'nyh gidrodinamicheskikh invariantov i medlennyh mnogoobrazij // *Uspehi fizicheskikh nauk*. 2005. T. 175, No 12. S. 1257–1288.
6. Drazin F. *Vvedenie v teoriju gidrodinamicheskoy ustojchivosti*. M.: Fizmatlit, 2005. 288 s.
7. Kartavyh A. V., Mil'vidskij M. G., Ginkin V. P., Zabud'ko M. A., Naumenko O. M. *Klasternaja model' struktury rasplavov v pogransloe i ee gidrodinamicheskoe opisanie pri modelirovanii processov kristallizacii poluprovodnikov v kosmose // Poverhnost'. Rentgenovskie, sinhrotronnye i nejtronnye issledovanija*. 2004. No 6. S. 91–98.
8. Shablovskij O. N. Trigonometricheskij profil' skorosti sdvigovogo techenija vjazkoj zhidkosti // *Vestn. Juzhno-Ural'skogo gos. un-ta. Ser. Matematika. Mehanika. Fizika*. 2011. Vyp, 5. No 32. S. 77–82.
9. Shablovskij O. N. Vihr' skorosti i proizvodstvo jentropii v relaksirujushhem potoke vjazkoj zhidkosti s vnutrennimi istochnikami // *Izv. vyssh. ucheb. zavedenij i jenergeticheskikh ob#edinenij SNG. Jenergetika*. 2011. No 5. S. 55–65.
10. Shablovskij O. N. Nelinejnye volnovye uravnenija i konkurencija istochnikov jenerгии v dvuhkomponentnyh sistemah // *Fundamental'nye fiziko-matematicheskie problemy i modelirovanie tehniko-tehnologicheskikh sistem: sb. nauch. trudov*. M.: Janus-K, 2010. Vyp. 13. S. 78–89.
11. Shlihting G. *Teorija pograničnogo sloja*. M.: Nauka, 1974. 712 s.

Библиографическое описание статьи

Шабловский О. Н., Кроль Д. Г., Концевой И. А. Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами // *Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология*. 2016. Т. 11, № 4. С. 59–68.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-59-68.

Reference to article

Shablovskiy O. N., Krol' D. G., Kontsevoy I. A. Nonlinear Resistance and Vorticity of the Fluid Flow Between Two Coaxial Rotating Cylinders // *Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology*. 2016. Vol. 11, No 4. P. 59–68.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-59-68.

Статья поступила в редакцию 13.04.2016

БИОТЕХНОЛОГИЯ

BIOTECHNOLOGY

УДК 537.226.4

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-69-76

*Георгий Степанович Бордонский,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН
(672000, Россия, г. Чита, ул. Бутина, 26),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Изучение образования сегнетоэлектрического льда в наноструктурах растительных тканей методом измерения электрических флуктуаций

В работе предлагается использовать метод измерения низкочастотных электрических флуктуаций для поиска сегнетоэлектрического состояния воды, в том числе сегнетоэлектрического льда XI, в наноструктурах биологических тканей. Лед XI был обнаружен для объемного льда при температурах $50 \div 72$ К. В статье предполагается, что он также может образовываться при существенно более высоких температурах в земных условиях в поровом пространстве охлажденных биологических тканей нанометровых размеров. Исследованы шумы в частотном интервале $1 \div 100$ Гц (шумы Баркгаузена) для древесины сосны и других пористых сред при их циклическом охлаждении-нагревании в интервале температур $+20 \div -150$ °С. Для синтезированного нанопористого материала SBA-15 с вытянутыми порами наблюдали выраженный гистерезис шумов. Другие нанопористые увлажненные материалы показывают изменчивость электрических флуктуаций в зависимости от температуры. Показано, что метод измерения низкочастотных электрических флуктуаций позволяет обнаруживать небольшие концентрации сегнетоэлектрической фазы воды в нанопористых структурах. Существование такой фазы может существенно влиять на биохимические процессы при температурах ниже 0 °С.

Ключевые слова: сегнетоэлектрический лед XI, электрические шумы, нанопористые среды, древесина сосны

*Georgiy S. Bordonskiy,
Doctor of Physics and Mathematics,
Chief Researcher,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences
(26 Butina st., Chita, 672000, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Study of Ferroelectric Ice Formation in Nanostructures of Vegetable Tissues by Using the Method of Electrical Fluctuations Measurement

The paper suggests the method for search of the ferroelectric state of water and ice XI in nanostructures of biological tissues by using low frequency electrical fluctuations measurement. Ferroelectric ice XI was detected at temperatures from $-223\text{ }^{\circ}\text{C}$ to $-245\text{ }^{\circ}\text{C}$ for volume ice. It is proposed in the paper that ice XI may also be formed at significantly high temperatures in earth conditions in nanoporous space of cooled biological objects. The electrical noises at $1 \div 100\text{ Hz}$ (Barkgauzennoise) in cooling-heating cycle of a wood of pine and other different porous media and temperature interval from $+20 \div 150\text{ }^{\circ}\text{C}$ were investigated. The expressed noise hysteresis as a function of the temperature was observed at nanoporous silicate SBA-15, which has long pores. Other wet nanoporous media indicate changeability of electrical fluctuation from the temperature. Thus, it is found that the method of low frequency electrical noise measurement allows us to detect a small concentrations of the ferroelectric water phase in nanoporous structures. The existence of this phase of water would significantly influence biochemical processes at the temperatures below $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Keywords: ferroelectric ice XI, electrical noise, nanoporous media, pine wood

Как известно, свойства воды и ее растворов лежат в основе биохимических процессов. При замерзании воды в биологических тканях образуется водный лед, который может привести к гибели клеток [1]. Однако, например, растительные покровы оказываются достаточно хорошо приспособленными к действию низких температур [2]. Одна из причин связана с наличием в жидкой среде криопротекторов. Другая связана с возможностью переохлаждения воды без образования льда в порах нанометровых размеров. Переохлаждение зависит от размеров пор и достигает $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ для пор $\sim 1\text{ нм}$ [3]. Даже в крупных порах при образовании кристаллов льда при низких температурах, зарегистрированных на поверхности Земли (около $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ в Антарктиде [4]), будут оставаться прослойки жидкой воды на границах льда и поверхности пор.

Считается, что при появлении льда в клетках происходит разрыв их оболочек, так и резкое замедление биохимических реакций. Причем в структурах нанометровых размеров, содержащих жидкую воду, по современным представлениям возникают льды двух модификаций: Ih и Ic – гексагональный и кубический льды [5].

Вместе с тем, при атмосферном давлении и температурах $0 \div -273\text{ }^{\circ}\text{C}$ возможно существование трех кристаллических модификаций водного льда: Ih, Ic, XI [6]. Известно, что льды Ih и Ic существуют в земных условиях. До недавнего времени кубический лед Ic считался экзотическим льдом. В настоящее время показано, что он образуется в полярной атмосфере. Лед XI, как предполагается, существует на поверхности холодных планет, их спутников, комет, астероидов. Он был обнаружен при температурах $-223 \div -200\text{ }^{\circ}\text{C}$ в лабораторных условиях при легировании льда Ih едким калием. В последующих экспериментах его наблюдали при более высоких температурах $\sim -100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Интерес ко льду XI связан с тем, что он хотя и гексагональный, как и лед Ih, но обладает упорядоченной структурой протонов [6; 7]. Это приводит к появлению у него особых электрических свойств – появлению доменов электрического поля. Сильные электрические поля в таких структурах должны значительно изменять химический потенциал среды и приводить к разнообразным электрохимическим и электрофизическим явлениям. Например, возможно усиление диффузии жидкости в капиллярах, так и ускорение химических реакций. Выдвинуто предположение, что лед XI образуется из льда Ih при длительной выдержке [8]. Исходя из этой идеи в [9] был осуществлен поиск льда XI в земных условиях в Антарктиде. В [9] полагали, что лед XI мог образовываться при температурах ниже -40°C за время ~ 1000 лет. Авторы этой работы сообщили о такой находке, используя при измерениях метод комбинационного рассеяния света. Однако в последующих исследованиях другими специалистами эта кристаллическая модификация льда не была выявлена [10].

Вместе с тем, чувствительность используемых методов (комбинационного рассеяния света и дифракции нейтронов) составляла значение $\sim 1\%$, следовательно, с их помощью нельзя было обнаружить небольшие объемы льда XI в образцах. В работе [11] нами были исследованы образцы увлажненных нанопористых силикатов SBA-15 и MCM-41 с использованием метода электрических низкочастотных флуктуаций в диапазоне частот $1 \div 100$ Гц. Такой метод основан на том, что лед XI является сегнетоэлектриком, в отличие от льдов Ih и Ic. Для него возможна скачкообразная перестройка электрической доменной структуры при изменении внешних параметров – давления, температуры, внешних полей. Шумы этого вида называются шумами Баркгаузена.

Предполагалось, что метод измерения низкочастотных электрических флуктуаций позволит выявить малые концентрации льда XI даже при существенно меньших его объемах, чем 1% от объема образца. Использование нанопористой среды, в порах которой замораживалась вода, приводит, как известно, к понижению температуры фазового перехода на $20 \div 60^{\circ}\text{C}$ (в зависимости от размера пор) и его размытию на интервал $5 \div 10^{\circ}\text{C}$ [12]. В результате, при медленном образовании кристаллов возможно появление бездефектных кристаллов льда XI. Следует отметить, что в [13] было теоретически предсказано сегнетоэлектрическое упорядочение воды вблизи λ -точки (критической точки, вблизи которой наблюдается расходимость ряда физических параметров воды) [14], т. е. при охлаждении ниже -37°C , в тонких слоях. В [15] методами низкочастотной диэлектрической спектроскопии этот эффект был подтвержден.

Таким образом, возникает вопрос о возможном появлении сегнетоэлектрического льда XI в пористой структуре биологических тканей при отрицательных температурах, которые существуют в земных условиях.

Цель данной работы заключалась в изучении электрических флуктуаций разнообразных нанопористых увлажненных сред с целью поиска в них сегнетоэлектрической компоненты воды. В качестве объекта исследования была выбрана древесина сосны. Сосна широко распространена в субарктическом и арктическом регионах, где нередки температуры воздуха ниже -40°C . Для выяснения механизма возможного образования льда XI выполнены также измерения электрических шумов искусственных сред с известными параметрами пор – пористых силикатов.

Эксперимент. В эксперименте использовали установку, аналогичную представленной в [11]. Исследуемый образец помещали в прямоугольную ячейку с размерами 25×25 мм² и высотой 8 мм. Электрический сигнал снимали с двух плоских металлических электродов. Ячейку помещали в камеру, охлаждаемую парами азота. Сбоку ячейки в среду помещали термопару для измерения температуры. Электрические флуктуации усиливали и детек-

тировали с выделением среднего значения шумов с временем интегрирования ~ 1 с. Для регистрации сигналов использовали систему сбора информации фирмы Agilent.

При исследовании предполагали, что различие в электрических характеристиках поровой воды может быть связано не только с малыми размерами пор, но и особенностями их формы – от сферической до нитевидной. Поэтому первоначально были выполнены измерения на силикатных синтезированных материалах с известной геометрией пор. Исследовали нанопористые материалы силикагели КСКГ, Acros и силикатные материалы SBA-15, MCM-41 [15]. Первые два имеют поры, которые, в первом приближении, можно считать сферическими, а вторые имеют нитевидную форму.

Результаты измерений для пористого материала SBA-15 приведены на рис. 1 в цикле охлаждения и нагревания образца. SBA-15 имеет особое строение пор. В сечении материала, перпендикулярном оси нитей, имеет место гексагональное упорядочение их осей. Данный результат по измерению шумов был представлен нами в [6]. Наблюдали температурный гистерезис амплитуды шумов, который указывает на проявление сегнетоэлектрических свойств среды, возможно связанных с образованием льда XI. Возрастание шумов при температурах вблизи -40°C было также обнаружено для другого материала с аналогичной структурой порового пространства для MCM-41 (но без гистерезиса), также имеющего цилиндрические поры со средним их диаметром 3,5 нм.

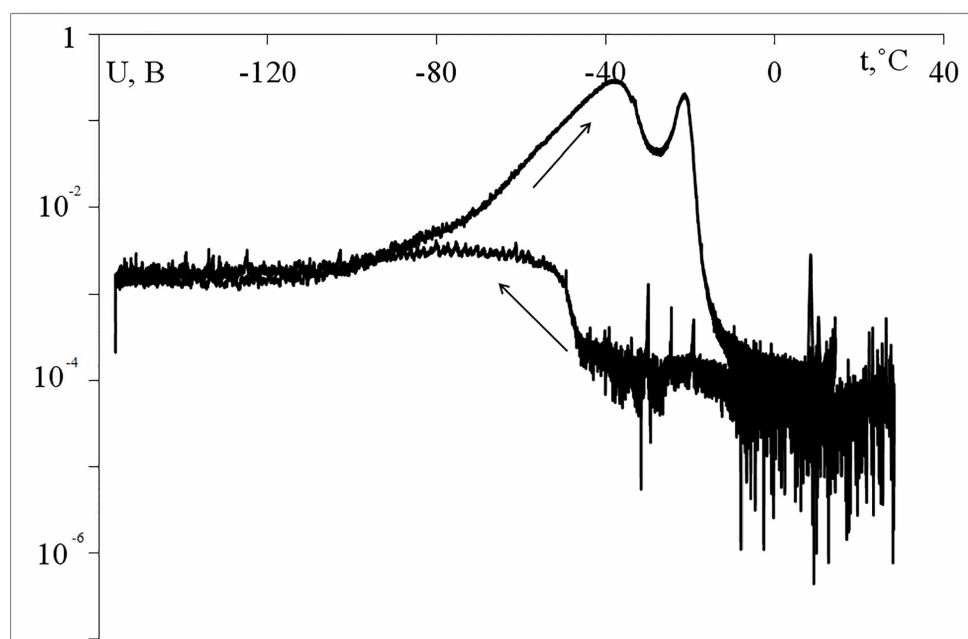


Рис. 1. Результаты измерений среднего значения амплитуды электрических шумов на выходе установки для увлажненного SBA-15 с весовой влажностью 70 %. Стрелки на графиках указывают направление изменения температуры. Средний диаметр пор, имеющих вид длинных цилиндров, 10,8 нм

Эксперименты, проведенные для силикагелей марки КСКГ со средним размером пор 8 нм и ACROS (силикагель для хроматографии, производства Бельгии) со средним размером пор 6 нм, не обнаружили возрастания шумов при замораживании и оттаивании среды. Как отмечено выше, форму пор в силикагелях обычно считают приблизительно близкими к сферическим. По-видимому, на основании различий геометрии порового пространства образование сегнетоэлектрического льда при относительно высоких температурах может быть энергетически невыгодным для симметричных пор из-за появления макроскопиче-

ского электрического поля. Но в тонких достаточно протяженных порах в виде нитей при выстраивании доменов электрического поля вдоль оси цилиндров, энергия поля рассеяния минимизируется из-за большой удаленности поверхностных зарядов на концах нитей. Именно для таких структур в SBA-15 и MCM-41 наблюдали возрастание шумов в области температур, где поровая влага замерзала.

Из природных сред, где имеются вытянутые поры, можно отметить растительность и, в частности, древесную растительность. Поэтому для проведения измерений была выбрана древесная ткань широко распространенного дерева – сосны. Для нее характерно наличие в тканях мелких вытянутых капилляров, так как эта порода деревьев устойчива к низким температурам. Результаты одного из экспериментов для участка нагревания представлены на рис. 2.

В представленном эксперименте наблюдали более высокие значения амплитуды сигнала на выходе прибора для температур ниже -40°C . Наблюдали и незначительный гистерезис шумов в цикле охлаждения-нагревания образца. На рис. 2 штриховой линией представлена огибающая измеренного напряжения, которое заметно флуктуирует на временах, превышающих время усреднения амплитуды шумов, равное 1 с. Особенность этой огибающей – повышенное значение амплитуды электрических флуктуаций при температурах ниже -50°C и наличие небольшого экстремума вблизи -25°C . Форма огибающей напоминает график для шумов SBA-15 (рис. 1) на участке нагревания среды. Однако амплитуда шумов для случая древесины существенно ниже. Данный результат можно интерпретировать, как проявление слабых сегнетоэлектрических свойств у замороженной древесины сосны, связанное с незначительным объемом, появившейся в образце сегнетоэлектрической фракции.

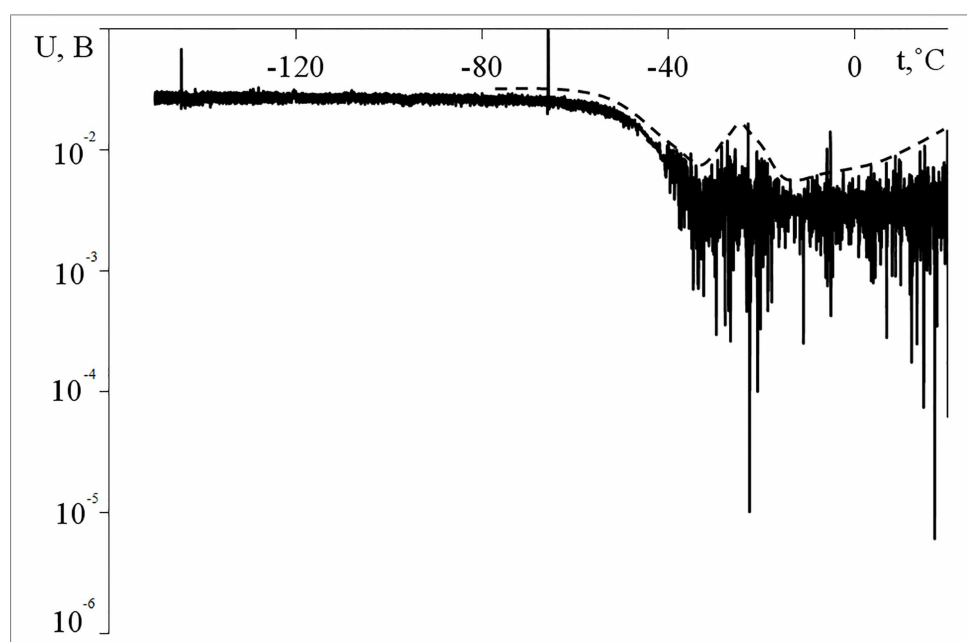


Рис. 2. График среднего значения амплитуды электрических флуктуаций в интервале 1 70 Гц для образца древесины сосны при его нагревании после охлаждения до -150°C . Измерение шумовой ЭДС вдоль волокон. Весовая влажность образца $\sim 20\%$

Выводы. 1. Показано, что метод измерения низкочастотных электрических флуктуаций (шумов Баркгаузена) в интервале частот $1 \div 100$ Гц позволяет определить существование сегнетоэлектрического состояния воды в наноразмерных порах при их охлаждении до -150°C .

2. Сегнетоэлектрическую фазу наблюдали по температурному гистерезису амплитуды шумов с их максимумом в области $-40 \div -20$ °С.

3. Наибольший эффект обнаружен для сред с нитевидными порами при их диаметре $3 \div 8$ нм для искусственных силикатных материалов SBA-15 и MCM-41. В случае пор большего диаметра для древесины сосны эффект хотя и наблюдается, но выражен слабо. Для пор нанометровых размеров, форма которых близка к сферической (силикагели), роста электрических шумов не наблюдали.

4. Предполагается, что в нанопорах при температурах $-40 \div -20$ °С может существовать сегнетоэлектрический лед XI, который был ранее обнаружен другими исследователями для льда в открытом пространстве при температурах не выше -100 °С. Образование порового сегнетоэлектрического льда может приводить к появлению особых электрофизических свойств увлажненной пористой среды.

5. Из экспериментов следует, что сегнетоэлектрическая фракция, возникающая в нитевидных порах нанометрового диаметра, может иметь значительный объем для сред с большой внутренней поверхностью порового пространства.

Сегнетоэлектрическое состояние необходимо учитывать при изучении криобиологических явлений, так как для увлажненной нанопористой среды возможно ускорение химических превращений.

Список литературы

1. Жмакин А.И. Физические основы криобиологии // Успехи физических наук. 2008. Т. 178, № 3. С. 243–266.

2 Франкс Ф. (ред.) Вода и водные растворы при температурах ниже 0 °С. Киев: Наукова думка, 1985. 388 с.

3. Limmer D. M., Chandler D. Phase diagram of supercooled water confined to hydrophilic nanopores // J. Chem. Phys, 2012. Vol. 137. P. 044509/11.

4. Macelloni G., Brogioni M., Pettinato S., et.al. Ground-based L-band emission measurements at Dome-C Antarctica: The DOMEX-2 experiment // IEEE Trans. Geosc. Remote Sens, 2013. Vol. 51, No. 9. P. 4718–4730.

5. Johary G.P. Thermal relaxation of water due to interfacial processes and phase equilibria in 1.8 nm pores of NCM-41 // Thermochemica Acta, 2009. Vol. 492. P. 29–36.

6. Chaplin M. <http://www.lsbu.sc.uk/water/chaplin.html>.

7. Киров М.В. Протонная упорядоченность гексагонального льда // Журнал структурной химии. 1996. Т. 37, № 2. С. 173–176.

8. Маэно М. Наука о льде. М.: Мир, 1988. 230 с.

9. Fukazawa H., Mae S., Ikeda S., Watanabe O. Proton ordering in Antarctic ice observed by Raman and neutron scattering // Chemical Physics Letters, 1998. Vol. 294, Iss. 6. P. 554–558.

10. Fortes A.D., Wood I.G., Grigoriev D., Alfredsson M., Kipfstuhl. S., Knight K.S., Smith R.I. No evidence for large-scale proton ordering in Antarctic ice from powder neutron diffraction // J. Chem. Phys, 2004. Vol. 120. P. 376–379.

11. Бордонский Г. С., Орлов А. О. Исследование сегнетоэлектрических фазовых переходов воды в нанопористых силикатах при совместных электрических

шумовых и калориметрических измерениях // Физика твердого тела. 2014. Т. 56, № 8. С. 1575–1582.

12. Schreiber A., Kotelsen I., Findenrgy G.H. Melting and freezing of water in ordered mesoporous silica materials // Phys. Chem. Chem. Phys, 2001. Vol. 3. P. 1185–1195.

13. Меньшиков Л. И., Федичев П. О. Возможное существование сегнето-электрического состояния переохлажденной воды // Журнал физической химии. 2011. Т. 85, № 5. С. 996–998.

14. Fedichev P. O., Menshikov L. I., Bordonskiy G. S., Orlov A. O. Experimental evidence of the ferroelectric nature of the λ -point transition in liquid water // J. of Experimental and Theoretical Physics Letters, 2011. Т. 94, № 5. С. 401–405.

15. Kresge C. T., Leonowicz M. Z., Roth W. J., Vartuli J. C., Beck J. S. Odered mesoporous molecular sieves synthesized by a liquid-crystal template mechanism // Letters to Nature, 1992. Vol. 359. P. 710–712.

References

1. Zhmakin A.I. Fizicheskie osnovy kriobiologii // Uspekhi fizicheskikh nauk. 2008. Т. 178, № 3. С. 243–266.

2 Franks F. (red.) Voda i vodnye rastvory pri temperaturakh nizhe 0°C. Kiev: Naukova dumka, 1985. 388 s.

3. Limmer D. M., Chandler D. Phase diagram of supercooled water confined to hydrophilic nanopores // J. Chem. Phys, 2012. Vol. 137. P. 044509/11.

4. Macelloni G., Brogioni M., Pettinato S., et.al. Ground-based L-band emission measurements at Dome-C Antarctica: The DOMEX-2 experiment // IEEE Trans. Geosc. Remote Sens, 2013. Vol. 51, No. 9. P. 4718–4730.

5. Johary G.P. Thermal relaxation of water due to interfacial processes and phase equilibria in 1.8 nm pores of NCM-41 // Thermochemica Acta, 2009. Vol. 492. P. 29–36.

6. Chaplin M. <http://www.lsbu.sc.uk/water/chaplin.html>.

7. Kirov M.V. Protonnaya uporyadochennost' geksagonal'nogo l'da // Zhurnal strukturnoi khimii. 1996. Т. 37, № 2. С. 173–176.

8. Maeno M. Nauka o l'de. M.: Mir, 1988. 230 s.

9. Fukazawa H., Mae S., Ikeda S., Watanabe O. Proton ordering in Antarctic ice observed by Raman and neutron scattering // Chemical Physics Letters, 1998. Vol. 294, Iss. 6. P. 554–558.

10. Fortes A.D., Wood I.G., Grigoriev D., Alfredsson M., Kipfstuhl. S., Knight K.S., Smith R.I. No evidence for large-scale proton ordering in Antarctic ice from powder neutron diffraction // J. Chem. Phys, 2004. Vol. 120. P. 376–379.

11. Bordonskii G. S., Orlov A. O. Issledovanie segnetoelektricheskikh fazovykh perekhodov vody v nanoporistykh silikatakh pri sovместnykh elektricheskikh shumovykh i kalorimetricheskikh izmereniyakh // Физика твердого тела. 2014. Т. 56, № 8. С. 1575–1582.

12. Schreiber A., Kotelsen I., Findenrgy G.H. Melting and freezing of water in ordered mesoporous silica materials // Phys. Chem. Chem. Phys, 2001. Vol. 3. P. 1185–1195.

13. Men'shikov L. I., Fedichev P. O. Vozmozhnoe sushchestvovanie segnetoelektricheskogo sostoyaniya pereokhlazhdennoi vody // Zhurnal fizicheskoi khimii. 2011. T. 85, № 5. S. 996–998.

14. Fedichev P. O., Menshikov L. I., Bordonskiy G. S., Orlov A. O. Experimental evidence of the ferroelectric nature of the λ -point transition in liquid water // J. of Experimental and Theoretical Physics Letters, 2011. T. 94, № 5. C. 401–405.

15. Kresge C. T., Leonowicz M. Z., Roth W. J., Vartuli J. C., Beck J. S. Odered mesoporous molecular sieves synthesized by a liquid-crystal template mechanism // Letters to Nature, 1992. Vol. 359. P. 710–712.

Библиографическое описание статьи

Бордонский Г. С. Изучение образования сегнетоэлектрического льда в наноструктурах растительных тканей методом измерения электрических флуктуаций // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 69–76.

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-69-76.

Reference to article

Bordonskiy G. S. Study of Ferroelectric Ice Formation in Nanostructures of Vegetable Tissues by Using the Method of Electrical Fluctuations Measurement // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 69–76.

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-69-76.

Статья поступила в редакцию 30.05.2016

Татьяна Алексеевна Вомпе¹,

аспирант, младший научный сотрудник,

Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН

(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),

e-mail: tvompe@gmail.com

Алексей Сергеевич Устюхин,

инженер-исследователь,

Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН

(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),

e-mail: fcbneo@yandex.ru

Игорь Матвеевич Миляев,

доктор технических наук,

Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН,

(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),

e-mail: imilyaev@mail.ru

Виктор Александрович Зеленский,

кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник,

Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН

(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),

e-mail: zelensky55@bk.ru

Влияние режимов термомагнитной обработки на магнитные гистерезисные свойства магнитотвердых порошковых Fe-Cr-Co сплавов с содержанием кобальта 12 и 16 масс. %²

В работе методом порошковой металлургии получали магнитотвердые Fe-Cr-Co сплавы с содержанием кобальта 12 и 16 масс. %. В качестве легирующих добавок использовались молибден и кремний. Вакуумное спекание этих сплавов при температуре 1420 °С позволяет получать заготовки с относительной плотностью 96,5–98,5 %. Сравнение магнитных гистерезисных свойств сплавов Fe-26 % Cr-16 % Co-2 % Mo-0,5 % Si и Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si показало, что сплав с содержанием кобальта 16 масс. % обладает большей коэрцитивной силой, в то время как сплав с содержанием кобальта 12 масс. % – более высокой остаточной индукцией. Установлено, что магнитные гистерезисные свойства зависят от температуры начала обработки и скорости охлаждения сплава в магнитном поле. При определенных параметрах термообработки на сплаве с содержанием кобальта 12 масс. % можно добиться уровня магнитных гистерезисных свойств, сопоставимого со стандартами для сплавов с содержанием кобальта 15–16 масс. %. Использование сплавов с пониженным содержанием кобальта позволяет снизить экономические издержки при производстве постоянных магнитов и роторов гистерезисных электродвигателей.

Ключевые слова: магнитные свойства, магнитотвердые сплавы, коэрцитивная сила, остаточная индукция, термическая обработка

¹Т. А. Вомпе – основной автор, его вклад включает в себя подготовку и спекание образцов, проведение термической обработки и анализ экспериментальных данных по магнитным гистерезисным свойствам.

²Грант РФФИ 15-03-04769-а.

Tatiana A. Vompe¹,

*Postgraduate Student, Junior Researcher,
Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: tvompe@gmail.com*

Aleksey S. Ustyukhin,

*Research Engineer,
Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: fcbneo@yandex.ru*

Igor M. Milyaev,

*Doctor of Engineering Sciences,
Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: imilyaev@mail.ru*

Victor A. Zelensky,

*Candidate of Physics and Mathematics, Leading Researcher,
Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: zelensky55@bk.ru*

The Effect of Thermomagnetic Treatment Conditions on Magnetic Hysteresis Properties of Fe-Cr-Co Hard Magnetic Powder Alloys with 12 and 16 wt. % Cobalt²

In the present work, hard magnetic Fe-Cr-Co alloys containing 12 and 16 wt. % cobalt were obtained by powder metallurgy method. Molybdenum and silicon were used as alloying additives. Vacuum sintering of this alloys allows us to obtain specimens with relative density 96.5–98.5 %. Comparison of magnetic hysteresis properties of Fe-26 % Cr-16 % Co-2 % Mo-0,5 % Si and Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si alloys indicated that alloy with 16 wt. % cobalt content usually has a higher coercivity, while alloy with 12 wt. % cobalt content has a higher residual induction. It was found that magnetic hysteresis properties depend on treatment start temperature and cooling rate in a magnetic field. It is possible under certain settings of thermal treatment to obtain an alloy containing 12 wt. % cobalt magnetic hysteresis properties comparable to standards for alloys with 15–16 wt. cobalt. Using alloys with low cobalt content will reduce the economic cost production of permanent magnets and rotors for hysteresis motors.

Keywords: magnetic properties, hard magnetic alloys, coercive force, residual induction, heat treatment

Введение. Сплавы системы Fe-Cr-Co относятся к классу деформируемых дисперсионно-твердеющих материалов [1]. Их используют в машиностроении и приборостроении для изготовления различных конструкционных деталей, от которых

¹T. A. Vompe is the main author, her contribution includes the preparation and sintering of samples, conducting heat treatment and analysis of experimental data on the magnetic hysteresis properties.

²Grant RFBR 15-03-04769-a.

требуется сочетание высоких механических и магнитных свойств, например, дисковых роторов высокоскоростных гистерезисных двигателей со скоростями вращения порядка 100–150 тыс. оборотов в минуту [2], магнитных колец гироскопов, высокочувствительных сенсоров, датчиков, которые применяются в электронной промышленности, автомобильной технике, морских приборах, авиационно-космических приборах, при разведке и разработке нефтяных месторождений, поисковых устройствах и т. д. [3–5]. Применение Fe-Cr-Co сплавов охватывает широкий спектр отраслей промышленности. Однако, из-за более низких магнитных гистерезисных свойств (коэрцитивная сила H_c и максимальное энергетическое произведение $(BH)_{max}$) по сравнению с остальными классами магнитотвердых материалов предпочтение к сплаву Fe-Cr-Co отдается преимущественно при изготовлении малогабаритных магнитов сложной формы, а также в случаях, когда необходима работа устройства в экстремальных условиях с точки зрения механических нагрузок или коррозии, либо требуется сочетание длительной и стабильной работы с приемлемой ценой изделия. Кроме того, мировые производители постоянных магнитов из сплавов системы Fe-Cr-Co используют исключительно технологию плавки и литья при получении заготовок, в то время как порошковая металлургия является более производительным и экономичным способом производства постоянных магнитов. Для других классов магнитотвердых материалов (системы Nd-Fe-B, Sm-Co) технология порошковой металлургии используется давно и часто является единственно возможным способом их получения. То же самое касается и наиболее близких по характеристикам к системе Fe-Cr-Co сплавов ЮНДК, где порошковая металлургия активно применяется наряду с технологией плавки и литья для получения постоянных магнитов.

Для сплавов системы Fe-Cr-Co, порошковый подход был применен относительно недавно [6; 7], однако установлены некоторые ограничения. В частности, основным способом увеличения плотности является спекание при высоких температурах (около 1400 °С, в то время как для сплавов ЮНДК не выше 1300 °С). Относительно недавно появились исследования [8–11], в которых указывалось, что отдельные Fe-Cr-Co сплавы хорошо спекаются и при температурах 1300–1350 °С, при этом имеют хорошие магнитные и механические свойства. Еще одним способом снижения экономических издержек при производстве постоянных магнитов из Fe-Cr-Co сплавов является использование сплавов с более низким содержанием кобальта (менее 15 масс. %).

Термическая обработка является ключевым этапом при изготовлении постоянных магнитов из рассматриваемых сплавов, так как именно на этой стадии происходит формирование необходимого уровня магнитных свойств. Варьированием параметров термической обработки, таких как температура начала распада, скорость охлаждения в магнитном поле, время выдержки при дополнительной термической обработке и т.д., можно добиться в рамках одного состава различных значений коэрцитивной силы и остаточной индукции.

Целью данной работы было исследование влияния режимов термомагнитной обработки магнитотвердых порошковых Fe-Cr-Co сплавов с различным содержанием кобальта.

Методика эксперимента. Для исследования выбраны сплавы со средним и низким содержанием кобальта, химический состав приведен в табл. 1.

Таблица 1

Химический состав сплавов исследованных в работе

№ сплава	Содержание элементов, масс. %				
	Fe	Cr	Co	Mo	Si
1	55,5	26,0	16,0	2,0	0,5
2	58,5	26,0	12,0	3,0	0,5

Образцы изготовлены методом порошковой металлургии. Были использованы промышленные высокочистые порошки железа (марки ВС), хрома (ПХС-1), кобальта (ПК-1Н), и добавки порошка молибдена и кремния с размером частиц менее 40 мкм. Порошки смешивали в турбулентном смесителе С 2.0 «Турбула». Компактирование осуществляли холодным способом путем одностороннего прессования на ручном прессе KNUTH-HP15 с использованием стеарата цинка в разъемной матрице с внутренним диаметром 13,6 мм при давлении 600 МПа. Спекание спрессованных образцов проводили в течение 2,5 часов при температуре 1420 °С в шахтной печи СШВ-1,25/24-И1 в вакууме 10–2 Па. Сырые прессовки имели относительную плотность 77,0–79,5 %, а образцы после спекания – 96,5–98,5 %. Магнитные гистерезисные свойства сплавов (Br, Hc, (BH)max) измеряли на гистерезисграфе Permagraph L EP-3. Погрешность измерений коэрцитивной силы Hc и остаточной индукции Br составляла 3 %, магнитного произведения (BH)max – 6 %. На всех исследуемых образцах проводили термическую обработку (для получения высококоэрцитивного состояния), которая включала в себя закалку в воде от 1250 °С, нагрев выше температуры начала спинодального распада α -твердого раствора 700–720 °С и охлаждение в поле более 3000 Э от температуры T2 до температуры 600 °С со скоростью v_1 . Охлаждение до температуры 500 °С проводили без поля со скоростью 8 °С/ч. Оптимизацию режимов обработки проводили методом планирования эксперимента. Обработку результатов оптимизации – в программах Statgraphics Plus 5.0 и Statistica 10.0. Матрица планирования эксперимента была выбрана в виде композиционного плана 2 плюс звездные точки. В табл. 2 приведены уровни варьирования выбранных факторов.

Таблица 2

Название факторов и уровни их варьирования					
Факторы	Обозначения	Ед. изм.	Уровни факторов		
			40	60	80
V1	A	°С/ч	640	660	680
T2	B	°С			

Результаты исследований и их обсуждение. В результате проведения различных режимов ТМО для сплава Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si были построены поверхности отклика и поперечные сечения этих поверхностей в соответствующих фазовых пространствах (рис. 1). На рисунке видно, какая ТМО обеспечивает получение максимальных магнитных гистерезисных свойств на сплаве. В результате обработки, где $v_1 = 80$ °С/ч, $T_2 = 680$ °С были получены максимальные свойства: Br = 1,22 Тл, Hc = 45,0 кА/м, (BH)max = 29,9 кДж/м³, коэффициент выпуклости кривой размагничивания $p = 0,54$, а максимальное значение остаточной индукции Br = 1,25 Тл было получено в результате обработки при $v_1 = 60$ °С/ч, $T_2 = 688$ °С. При повышении скорости охлаждения v_1 до 90 °С/ч и температуры начала обработки в магнитном поле T2 до 690 °С на сплаве Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si можно получить значения коэрцитивной силы Hc до 50 кА/м. Сравнение различных параметров порошковых магнитотвердых Fe-Cr-Co сплавов исследованных в работе представлено в табл. 3.

Таблица 3

Магнитные гистерезисные свойства исследованных сплавов					
№ сплава	ρ , г/см ³	Отн. пл-ть, %	Br, Тл	Hc, кА/м	(BH)max, кДж/м ³
1	7,71–7,76	97,5–98,5	1,15–1,21	44,0–54,0	24,5–30,0
2	7,59–7,75	96,5–98,5	1,21–1,25	33,0–45,0	20,0–29,9

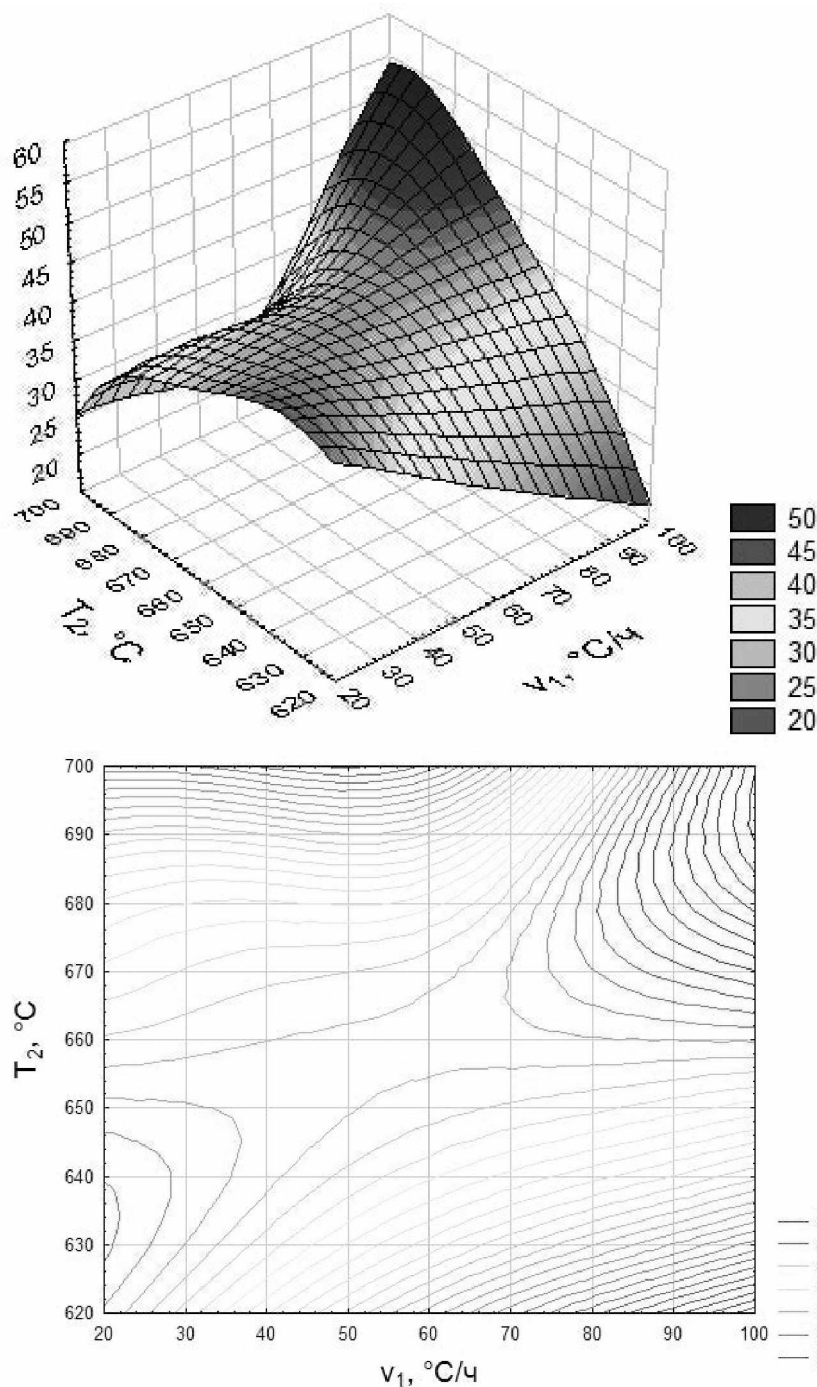


Рис. 1. Поверхность отклика (а) и поперечные сечения поверхности коэрцитивной силы (б) для сплава Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si

Таблица 3

Магнитные гистерезисные свойства исследованных сплавов

№ сплава	ρ , г/см ³	Отн. пл-ть, %	Вг, Тл	Нс, кА/м	(ВН)max, кДж/м ³
1	7,71–7,76	97,5–98,5	1,15–1,21	44,0–54,0	24,5–30,0
2	7,59–7,75	96,5–98,5	1,21–1,25	33,0–45,0	20,0–29,9

В табл. 4 приведены параметры ТМО, в результате которых были получены максимальные значения магнитных гистерезисных свойств. Петли гистерезиса для исследованных сплавов показаны на рис. 2.

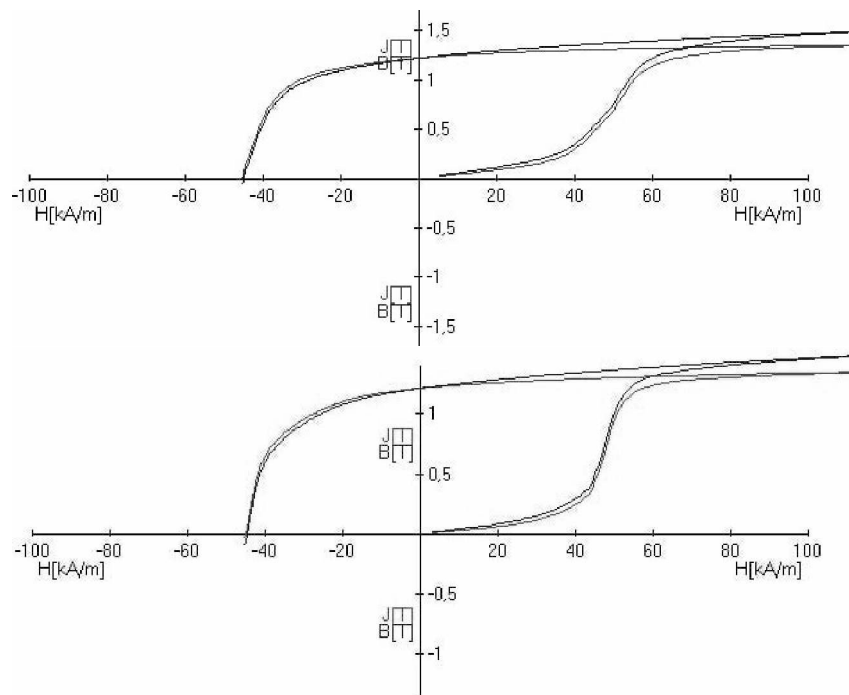


Рис. 2. Петли гистерезиса: а – для сплава Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si, обработка № 1, б – для сплава Fe-26 % Cr-16 % Co-2 % Mo-0,5 % Si, обработка № 3

Таблица 4

Максимальные магнитные гистерезисные свойства сплава Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si и Fe-26 % Cr-16 % Co-2 % Mo-0,5 % Si, полученные после разных термических обработок

№ обработки	№ сплава	V1, °CAi	T2, °C	Br, Тл	Hс, кА/м	(BH)max, кДж/м	Ч
1	2	80	680	1,22 ± 0,04	45,0 ± 1,4	29,9 ± 0,9	0,54
2	2	60	688	1,25 ± 0,04	33,0 ± 1,0	20,4 ± 0,6	0,49
3	1	150	640	1,21 ± 0,04	44,5 ± 1,3	28,2 ± 0,8	0,52
4	1	100	640	1,17 ± 0,04	54,0 ± 1,6	30,0 ± 0,9	0,47

Коэффициенты выпуклости кривой размагничивания практически одинаковы, поскольку магнитные гистерезисные свойства сплавов сопоставимы в пределах ошибки измерения. Из данных табл. 3 и 4 видно, что содержание кобальта в Fe-Cr-Co сплаве заметно влияет на уровень коэрцитивной силы Hс. На данных сплавах благодаря применению различных обработок можно достичь требуемого для потребителя уровня свойств, например, для применения сплавов в качестве материала для постоянных магнитов (не менее 40 кА/м) или для производства роторов гистерезисных электродвигателей (менее 20 кА/м).

Выводы. Установленные режимы термической обработки позволили получить на порошковом магнитотвердом сплаве Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si коэрцитивную силу Hс до 45 кА/м, остаточную индукцию Br до 1,25 Тл и максимальное энергетическое произведение (BH)max до 29,9 кДж/м, а на сплаве Fe-26 % Cr-16%Co-2%Mo-0,5%Si до 54 кА/м, Br до 1,21 Тл и (BH)max до 30 кДж/м. Показано, что магнитные свойства зависят от температуры начала обработки и скорости охлаждения сплава в магнитном поле. Исследованные сплавы Fe-26 % Cr-12 % Co-3 % Mo-0,5 % Si и Fe-26 % Cr-16 % Co-2 % Mo-0,5 % Si по уровню магнитных гистерезисных свойств могут найти применение как в качестве материалов для изготовления постоянных магнитов, так и в производстве роторов гистерезисных электродвигателей. Применение сплава с более низким содержанием кобальта позволит снизить экономические издержки при производстве.

Список литературы

1. Сергеев В. В., Булыгина Т. И. Магнитотвердые материалы. М.: Энергия, 1980. 224 с.
2. Artamonov E. V., Libman M. A., and Rudanovskii N. N. Magnetically Hard Materials for the Motors of Synchronous Hysteresis Electric Motors // Steel in Translation, 2007. Vol. 37, No 6. P. 547–551.
3. Гидродинамический гироскоп 2310163: пат. Рос. Федерация. № 2006132884/28: заявл. 14.09.06: опубл. 10.11.07. 11 с.
4. Либман М. А. Магнитотвердые сплавы на основе системы Железо–Хром–Кобальт // Материаловедение. 2010. № 9. С. 58–64.
5. YUMagnetics [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://smi-mag.com/FeCrComagnets.html> (дата обращения: 11.05.2016).
6. Ряпосов И. В., Шацов А. А. Особенности легирования, структура и свойства порошкового магнитотвердого сплава с повышенными эксплуатационными характеристиками // Перспективные материалы. 2009. № 1. С. 57–61.
7. Green M. L., Sherwood R. C., Wong C. C. Powder metallurgy processing of CrCoFe permanent magnet alloys containing 5-25 wt. % Co // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53, No 3. P. 2398–2400.
8. Алымов М. И., Анкудинов А. Б., Зеленский В. А., Миляев И. М., Юсупов В. С., Устюхин А. С. Влияние легирования и режима спекания на магнитные гистерезисные свойства Fe-Cr-Co порошкового сплава // Физика и химия обработки материалов. 2011. № 3. С. 34–38.
9. Алымов М. И., Анкудинов А. Б., Зеленский В. А., Миляев И. М., Юсупов В. С., Вомпе Т. А. Влияние поверхностно-активных добавок при помоле на процессы прессования, спекания и магнитные свойства порошкового сплава FeCrCoMoW // Перспективные материалы. 2014. № 4. С. 51–57.
10. Устюхин А. С., Алымов М. И., Миляев И. М. Магнитные гистерезисные свойства Fe-26Cr-16Co порошковых магнитотвердых сплавов // Письма о материалах. 2014. Т. 4, № 1. С. 59–61.
11. Устюхин А. С., Вомпе Т. А., Миляев И. М., Зеленский В. А. Исследование магнитных гистерезисных свойств Fe-26Cr-16Co порошковых сплавов в зависимости от условий спекания и термообработки // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2015. № 3. С. 112–119.

References

1. Sergeev V. V., Bulygina T. I. Magnitotverdye materialy. M.: Energiya, 1980. 224 s.
2. Artamonov E. V., Libman M. A., and Rudanovskii N. N. Magnetically Hard Materials for the Motors of Synchronous Hysteresis Electric Motors // Steel in Translation, 2007. Vol. 37, No 6. P. 547–551.
3. Gidrodinamicheskii giroskop: 2310163 pat. Ros. Federatsiya. № 2006132884/28: zayavl. 14.09.06: opubl. 10.11.07. 11 s.

4. Libman M. A. Magnitotverdye splavy na osnove sistemy Zhelezo–Khrom–Kobal't // Materialovedenie. 2010. № 9. S. 58–64.
5. YYMagnetics [Elektronnyi resurs] Rezhim dostupa: <http://smi-mag.com/FeCrComagnets.html> (data obrashcheniya: 11.05.2016).
6. Ryaposov I. V., Shatsov A. A. Osobennosti legirovaniya, struktura i svoystva poroshkovogo magnitotverdogo splava s povyshennymi ekspluatatsionnymi kharakteristikami // Perspektivnye materialy. 2009. No 1. С. 57–61.
7. Green M. L., Sherwood R. C., Wong C. C. Powder metallurgy processing of CrCoFe permanent magnet alloys containing 5-25 wt. % Co // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53, №.3. P. 2398–2400.
8. Alymov M. I., Ankudinov A. B., Zelenskii V. A., Milyaev I. M., Yusupov V. S., Ustyukhin A. S. Vliyanie legirovaniya i rezhima spekaniya na magnitnye gisterezisnye svoystva Fe-Cr-Co poroshkovogo splava // Fizika i khimiya obrabotki materialov. 2011. № 3. С. 34-38.
9. Alymov M. I., Ankudinov A. B., Zelenskii V. A., Milyaev I. M., Yusupov V. S., Vompe T. A. Vliyanie poverkhnostno-aktivnykh dobavok pri pomole na protsessy pressovaniya, spekaniya i magnitnye svoystva poroshkovogo splava FeCrCoMoW // Perspektivnye materialy. 2014. № 4. С. 51–57.
10. Ustyukhin A. S., Alymov M. I., Milyaev I. M. Magnitnye gisterezisnye svoystva Fe-26Cr-16Co poroshkovykh magnitotverdyykh splavov // Pis'ma o materialakh. 2014. Т. 4, № 1. С. 59–61.
11. Ustyukhin A. S., Vompe T. A., Milyaev I. M., Zelenskii V. A. Issledovanie magnitnykh gisterezisnykh svoystv Fe-26Cr-16Co poroshkovykh splavov v zavisimosti ot uslovii spekaniya i termoobrabotki // Uchenye zapiski Zabaikal'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Fizika, matematika, tekhnika, tekhnologiya. 2015. № 3. С. 112–119.

Библиографическое описание статьи

Vompe T. A., Ustyukhin A. S., Milyaev I. M., Zelenskiy V. A. Влияние режимов термомагнитной обработки на магнитные гистерезисные свойства магнитотвердых порошковых Fe-Cr-Co сплавов с содержанием кобальта 12 и 16 масс. % // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 3. С. 77–84.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-77-84.

Reference to article

Vompe T.A., Ustyukhin A. S., Milyaev I. M., Zelenskiy V. A. The Effect of Thermomagnetic Treatment Conditions on Magnetic Hysteresis Properties of Fe-Cr-Co Hard Magnetic Powder Alloys with 12 and 16 wt. % cobalt Scholarly Notes Of Transbaikals State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 77–84.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-77-84.

Статья поступила в редакцию 20.04.2016

Сергей Федорович Забелин¹,

*доктор технических наук, профессор, член корреспондент РАЕН,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),
e-mail:s.zabelin2012@yandex.ru*

Жанна Юрьевна Коновалова,

*магистрант,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),
e-mail:s.zabelin2012@yandex.ru*

Анализ технологий получения биокерамики для имплантатов

Проведен анализ способов получения керамических и костно-керамических имплантатов, а также способов усиления остеогенеза с помощью дополнительных стимулирующих факторов. Рассмотрен перечень характеристик технологий и стимулирующих факторов. Предложена технология изготовления на основе модификаций биоактивной керамики фирм «Allomatrix» (США) и «Остеопатит» (Украина). Указанные методы протезирования на керамических имплантатах и их производных имеют ряд существенных недостатков и нуждаются в доработке, либо создании новых технологий изготовления имплантатов. Однако рассмотренные технологии получения биокерамики являются перспективными и имеют тенденцию к развитию и улучшению.

Ключевые слова: пористость, спекание, горячее прессование, плазмохимический метод, холодное прессование, метод литья из термопластичных шликеров

Sergey F. Zabelin²,

*Doctor of Engineering Science, Professor,
Corresponding Member of the Russian Academy of Natural Sciences,
Transbaikal State University
(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail:s.zabelin2012@yandex.ru*

Jeanne Yu. Konovalova,

*Graduate Student,
Transbaikal State University
(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail:s.zabelin2012@yandex.ru*

Analysis of Producing Bioceramics for Implants Technology

We analyzed the methods for producing ceramic and bone-ceramic implants as well as the ways to enhance osteogenesis with additional stimulating factors. The paper considers a list of characteristics of technologies and enabling factors. We proposed manufacturing technology on the basis of modifications of bioactive ceramics “Allomatrix” (USA) and “Osteopathic” (Ukraine).

¹С. Ф. Забелин — основной автор, является организатором исследования, формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного проекта.

²S. F. Zabelin is the main author who has organized the study, formulated the conclusions and findings in realization of the group project.

The stated methods of prosthetics on ceramic implants and their derivatives have a number of fundamental defects and need some improvement or new techniques of implant manufacturing. However, the techniques of bioceramic production studied are perspective and tend to develop and improve.

Keywords: porosity, sintering, hot pressing, plasma-chemical method, cold pressing, molding of thermoplastic slips

Согласно археологическим данным, еще в древности в стоматологической ортопедии применяли имплантаты, изготовленные из природных материалов: кораллов, слоновой кости, а также из костей человека и животных [5]. Проблема замещения твердых тканей не ограничивается стоматологией: так, в настоящее время одним из важных направлений в этой области является разработка материалов для остеопластики (костных имплантатов), которые предназначены для замены или лечения поврежденной костной ткани.

Потребности отечественного здравоохранения в костных имплантатах достигают 200 тыс. ед. в год; при этом, согласно общемировому прогнозу, к 2020 г. не менее 70 млн чел. ежегодно будут испытывать острую необходимость в подобных материалах [1]. Проблемой является восстановление нарушенных функций отдельных органов, частей скелета и всего опорно-двигательного аппарата и обеспечение в последующем для пациента комфортной полноценной жизни [5].

Возможны два подхода к решению проблемы восстановления физиологических функций кости: механическое замещение дефекта кости имплантатом с созданием целостной биоинженерной конструкции, либо регенерация поврежденной костной ткани — остеосинтез *de novo* в месте дефекта. Соответственно, разрабатывают материалы двух видов, отличающиеся по микроструктуре, свойствам и поведению *in vivo* в организме человека [6]. Основными принципами применения биокерамики является замещение костной ткани или врастание в костную ткань.

Важнейшими характеристиками биокерамических материалов, помимо требования биосовместимости, являются:

- 1) способность к резорбции, которая коррелирует с растворимостью материалов в слабощелочных и нейтральных средах;
- 2) остеокондуктивность (или остеопроводимость) – способность материала обеспечивать проходимость биологических потоков, прорастание в имплантат кровеносных сосудов (васкуляризация), адгезию и связывание остеогенных клеток; эти характеристики коррелируют с физической проницаемостью пористого тела [1].

Биокерамика может иметь кристаллическую или аморфную форму. По химическому составу делится на 2 группы: фосфаты кальция и другие материалы, включающие циркониевую керамику, стабилизированную иттрием, и алюминиевую керамику, силикаты и фосфаты, относящиеся к стеклам и кристаллическим стеклам (стеклокерамике) [2].

Клиническое использование различных видов биокерамики связано с ее пористостью, то есть с количеством и размером пор. По структуре различают керамику: тонкая (менее 5 % пор), грубая (от 5 до 30 % пор), высокопористая (более 30 % пор) [Там же]. Необходимое количество пор и их морфология достигаются введением специальных порообразующих добавок.

Основными методами, используемыми для формирования биосовместимых покрытий, являются: плазменное напыление, лазерная абляция, микродуговое оксидирование, электрофорез, золь-гель метод и др. Эти методы имеют определенные ограничения: несбалан-

сированность по элементному составу, сложность контроля фазового состава, низкая величина адгезионной прочности покрытия, ограниченность в выборе материала основы и т. д. [4].

Используя остеокондуктивные добавки к керамике, в частности, гидроксиапатит (ГА), можно добиться и биоактивной фиксации материала в организме (посредством химических связей). Существенным недостатком такого композиционного материала является более низкая прочность, которая уменьшается с увеличением в композите доли ГА.

Другим возможным способом придания биоактивных свойств инертной керамике может быть формирование биопокровов на основе ГА. Получение диэлектрических покрытий на поверхности непроводящего материала является довольно сложной задачей, решить которую можно с помощью метода высокочастотного напыления, неоднократно применяемого для формирования биоактивных кальций-фосфатных покрытий с высокой адгезионной прочностью на поверхности различных металлических материалов [6]. При использовании магнетронного распыления на свойства покрытий оказывают влияние: величины отрицательного электрического смещения на подложке, мощность разряда, давление рабочих газов. С помощью этого напыления можно получать покрытия различного состава, обладающие высокой адгезионной прочностью к подложкам из различных материалов [4].

Технологические способы получения материалов влияют на свойства имплантатов. На свойства керамики влияют условия ее синтеза. Микроструктура биокерамики зависит от размера зерен (не более 100 нм). Рассмотрим возможные способы получения керамических материалов: традиционный метод спекания; метод горячего прессования; плазмохимический метод; метод холодного прессования с последующим спеканием в вакуумной или атмосферной печи; метод литья термопластичных шликеров. Для анализа отличий данных способов рассмотрим их краткую характеристику.

После *традиционного метода* спекания керамика имеет крупную зернистую структуру (размер зерна достигает сотен микрон). Минусом данного способа являются низкие прочностные характеристики, что ограничивает область ее применения. Известно, что при уменьшении размера зерна до 1–5 мкм происходит уменьшение пористости и увеличение предела прочности. Получение мелкозернистой керамики традиционными методами спекания имеет ряд сложностей. При высоких температурах спекания до (2000 К) происходит значительное увеличение размера зерна, что можно исправить только с помощью горячего прессования, в котором объединены операции прессования и спекания [2].

Метод горячего прессования используют для получения высокопрочных материалов при содержании высокодисперсных порошков в качестве исходного материала и получения керамики с высокими механическими и прочностными характеристиками не только на основе диоксида циркония и оксида алюминия, но и на основе других тугоплавких соединений. Основное преимущество метода горячего прессования – это совмещение операций прессования и спекания, что сокращает время изготовления. Но и у данного метода есть недостатки, это – использование жаропрочных дорогостоящих пресс-форм и их быстрый износ, а также невысокая производительность.

Плазмохимический метод выделяется тем, что позволяет за счет высокой скорости охлаждения продуктов реакции получать высокотемпературные фазы, в том числе в неравновесном состоянии, например, твердые растворы с низкой растворимостью в равновесных условиях одного компонента в другом. То есть можно получать оксиды, нитриды, карбиды, силициды и другие тугоплавкие неметаллические соединения, пригодные для изготовления

керамических изделий [2].

К достоинствам данного метода относятся высокая производительность и химическая активность получаемых изделий.

Недостатки метода – широкое распределение по размерам частиц, высокое содержание примесей в изделии, что требует дополнительного оборудования для очистки, небольшое количество получаемых изделий.

Холодное прессование и спекание. Операция формования предназначена для придания определенной формы, размеров и механической прочности заготовкам из порошков, необходимых для изготовления изделий, обладающих комплексом заданных функциональных и механических свойств. Как правило, это может быть достигнуто приложением давления к заготовке тем или иным способом. Окончательные свойства получаемых изделий во многом зависят от плотности сформованных заготовок и распределения плотности по их объему. Общая относительная плотность заготовок и характер распределения плотности по объему зависят от способа формования (прессования), прикладываемого давления, среднего размера зерен или частиц порошка, наличия смазок при формовании в пресс-формах.

В идеальном случае порошки из частиц с узким распределением по размерам должны уплотняться таким образом, чтобы размеры пор между ними не превышали размера одной частицы. Такая регулярная микроструктура заготовки сокращает время спекания и обеспечивает более равномерную усадку. Высокую степень регулярности и дисперсности структуры необходимо сохранять в течение всего процесса уплотнения.

Прессование может быть *односторонним* и *двухсторонним*. Одностороннее прессование применяют только для формования изделий простой формы, у которых отношение высоты к ширине сечения составляет не более единицы, а сама высота – не более 0,02 м. Во всех других случаях используют различные схемы двухстороннего прессования: стационарную пресс-форму с двумя пуансонами, плавающую матрицу, подвижный верхний пуансон и матрицу. Давление прессования порошков на основе ZrO_2 обычно не превышает 100–200 МПа [2].

Достоинства данного метода формования: принципиальная простота реализации, возможность автоматизации и механизации с высокой производительностью (2–3 тыс. деталей в час), высокая воспроизводимость размеров заготовок, удаление пластификатора не требует проведения отдельной операции. Однако имеются определенные недостатки: неоднородность распределения плотности, возможность появления расслоения заготовок за счет пониженной плотности центральной части, невозможность изготовления изделий высокого класса точности без механической обработки и невозможность получения сложных форм заготовок. Методом холодного прессования нельзя спрессовать изделия с тонкими стенками и резкими перепадами по высоте и поперечному сечению, а применение механической обработки получаемых изделий увеличивает стоимость процесса.

Формование керамических изделий также производят путем литья *из термопластичных шликеров* – суспензий, состоящих из органической связки, в которой находится дисперсный керамический порошок. Перед литьем изготовленный шликер вакуумируют при остаточном давлении 15–20 мм. рт. ст. [2]. Данная технология используется для тонкостенных изделий сложных форм с высокой чистотой поверхности и точных размеров, а также мало- и крупногабаритных, полых, что является его несомненным преимуществом.

Недостатком является высокая длительность процесса получения заготовок, необходимость изготовления и хранения больших количеств, адсорбирующих форм, потребность в

мощном сушильном хозяйстве.

На данный момент предлагаются более совершенные технологии изготовления биоактивной керамики, создания на ее основе композиционных материалов с новыми свойствами. Примерами являются такие материалы, как «*Allomatrix*» (США) – комбинация сульфата кальция, деминерализованного костного матрикса и костных чипсов-доноров в виде сферических элементов до 10 мм в диаметре; обладает osteoconductive свойствами и за счет включения в состав деминерализованного костного матрикса osteoinductive свойствами; «*Остеонатит*» (Украина) – на основе минеральных гранул костей животного происхождения и биостекла в виде губчатых цилиндрических блоков и в виде геля; обладает osteoconductive и биоактивностью за счет включения в состав минерального компонента ксенокости (кость животного происхождения) [2].

Следует отметить, что использование данных покрытий может придать биоинертной керамике биоактивность, что будет способствовать врастанию имплантата в костную ткань и его прочной фиксации в организме.

Указанные методы протезирования керамических имплантатов и их производные имеют ряд существенных недостатков и нуждаются в доработке, либо создании новых технологий изготовления имплантатов. Однако рассмотренные технологии получения биокерамики являются перспективными и имеют тенденцию к развитию и улучшению.

Список литературы

1. Евдокимов П. В. Двойные фосфаты $\text{Ca}(3-x)\text{M}_2\text{x}(\text{PO}_4)_2$ ($\text{M}=\text{Na}, \text{K}$) как основа макропористой биокерамики со специальной архитектурой: автореф. дис. ... канд. хим. наук: 02.00.21. М., 2014. 18 с.
2. Керамические и костно-керамические имплантаты: перспективные направления / И. А. Кириллова [и др.] // Хирургия позвоночника. 2013. № 4. С. 52–62.
3. Колмаков А. Г., Баринов С. М., Алымов М. И. Основы технологий и применение наноматериалов. М.: Физматлит, 2012. 208 с.
4. Сурменев Р. А. Зависимость свойств магнетронных Са-Р покрытий, сформированных из плазмы ВЧ-разряда, от параметров напыления // Физика и химия обработки материалов. Томский политех. ун-т, 2010. № 4. С. 57–65.
5. Подзорова Л. И., Ильичева А. А., Михайлина Н. А., Пенькова О. И. Керамика на основе нанопорошков Al_2O_3 и T-ZrO_2 в медицинском материаловедении // Институт металлургии им. А. А. Байкова РАН-75 лет: сб. науч. тр. / под ред. К. А. Солнцева. М.: Интерконтакт наука, 2013. С. 602–609.
6. Шаркеев Ю. П. Биоактивные ВЧ-Магнетронные покрытия на поверхности керамики // Изв. Высш. учеб. заведений (физика). Т. 56, № 12/3. 2013. С. 49–52.

References

1. Evdokimov P. V. Dvoynye fosfaty $\text{Ca}(3-x)\text{M}_2\text{x}(\text{PO}_4)_2$ ($\text{M}=\text{Na}, \text{K}$) kak osnova makroporistoi biokeramiki so spetsial'noi arkhitekturoi: avtoref. dis. ... kand. khim. nauk: 02.00.21. M., 2014. 18 s.
2. Keramicheskie i kostno-keramicheskie implantaty: perspektivnye napravleniya / I. A. Kirillova [i dr.] // Khirurgiya pozvonochnika. 2013. № 4. S. 52–62.

3. Kolmakov A. G., Barinov S. M., Alymov M. I. Osnovy tekhnologii i primenenie nanomaterialov. M.: Fizmatlit, 2012. 208 s.

4. Surmenev R. A. Zavisimost' svoistv magnetronnykh Ca-P pokrytii, sformirovannykh iz plazmy VCh-razryada, ot parametrov napyleniya // Fizika i khimiya obrabotki materialov. Tomskii politekh. un-t, 2010. № 4. S. 57–65.

5. Podzorova L. I., Il'icheva A. A., Mikhailina N. A., Pen'kova O. I. Keramika na osnove nanoporoshkov Al₂O₃ i T–ZrO₂ v meditsinskom materialovedenii // Institut metalurgii im. A. A. Baikova RAN-75 let: sb. nauch. tr. / pod red. K. A. Solntseva. M.: Interkontakt nauka, 2013. S. 602–609.

6. Sharkeev Yu. P. Bioaktivnye VCh-Magnetronnye pokrytiya na poverkhnosti keramiki // Izv. Vyssh. ucheb. zavedenii (fizika). T. 56, № 12/3. 2013. S. 49–52.

Библиографическое описание статьи

Забелин С. Ф., Коновалова Ж. Ю. Анализ технологий получения биокерамики для имплантатов // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 3. С. 85–90.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-85-90.

Reference to article

Zabelin S. F., Konovalova Jh. Yu. Analysis of Producing Bioceramics for Implants Technology // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 85–90.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-85-90.

Статья поступила в редакцию 15.04.2016

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО НАНОМАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ

PROBLEMS OF MODERN NANOMATERIALS SCIENCE

УДК 615.7/9

DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-91-98

*Сергей Яковлевич Березин¹,
доктор технических наук, профессор,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),
e-mail: berlog_berezin2011@mail.ru*

*Юрий Игоревич Свиридов,
аспирант,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),
e-mail: berlog_berezin2011@mail.ru*

Активация внутреннего резбообразования концентрированными потоками ультразвуковой акустической энергии

Рассмотрен опыт применения мощного концентрированного ультразвука для активации процессов сборки резбовых соединений с натягом и резбообразования. Представлен анализ возможных механизмов действия ультразвуковых колебаний (УЗК) на дислокационную природу пластической деформации. Представлены конструкции технологической оснастки с концентраторами, обладающими возможностью суммирования УЗК с разными частотами и амплитудами. Приведены результаты экспериментальных исследований действия концентрированных УЗК на крутящие моменты резбообразования, а также влияния высокочастотной компоненты УЗК и скорости обработки на силовые факторы процесса. Установлены экспериментальные зависимости для расчетов крутящих моментов в режиме действия концентрированных УЗК. Экспериментально установлены доли снижения моментов от действия базовой, т. е. низкочастотной компоненты УЗК и, соответственно, высокочастотной. Доказано, что применение концентрированных УЗК значительно снижает силовую напряженность процесса резбообразования и повышает надежность операций.

Ключевые слова: резбовое соединение, сборка, дислокации, напряжения, ультразвук, энергия, крутящий момент, волновод, метчик, модуляция, фокусирование, эксперимент

¹С. Я. Березин – основной автор, является организатором исследования, формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного проекта.

*Sergey Ya. Berezin¹,
Doctor of Engineering Science, Professor,
Transbaikal State University
(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail: berlog_berezin2011@mail.ru*

*Yuriy I. Sviridov,
Postgraduate Student,
Transbaikal State University
(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail: berlog_berezin2011@mail.ru*

Activation of Internal Thread-Formation by Concentrated Streams of Ultrasonic Acoustic Energy

Experience of application of the strong concentrated ultrasonics for activation of assembly processes of screw connections with tension and a thread-forming is considered. The analysis of possible mechanisms of action of ultrasonic oscillations (USO) on the dislocation nature of plastic deformation is provided. Constructions of technology equipment with the wave concentrators for summing of USO with different frequencies and amplitudes are provided. Results of the pilot researches of action of the concentrated USO on thread-forming torques are given and also we analyzed the influence of a high-frequency component of USO and processing speed on force factors of process. The experimental dependences for calculations of torques in the mode of action of the concentrated USO are set. Lowering of the moments from action of a basic, i. e. low frequency component of USO and also high-frequency component is experimentally established. It is proved that application of the concentrated USO considerably reduces force strength of a thread-forming process and increases reliability of operations.

Keywords: screw joint, assembly, dislocations, strain, ultrasonic, energy, torque, waveguide, tap, modulation, focusing, experiment

Эффективность действия ультразвука на процессы резьбонарезания и резьбовывадавливания проявляется через дислокационную природу воздействия на деформируемую среду, а также через изменение структуры фрикционных взаимосвязей в резьбовом контакте, находящемся в акустическом поле. При деформации материала в статическом поле все большее число подвижных дислокаций задерживается на препятствиях кристаллической решетки, за счет чего материал упрочняется. Для освобождения дислокаций необходима внешняя энергия. Таким образом, уменьшение напряжений при воздействии ультразвука можно объяснить активацией задержанных дислокаций. Процесс происходит до тех пор, пока есть приток внешней энергии. Этим можно объяснить резкое увеличение напряжений при кратковременном выключении ультразвуковых колебаний.

М. С. Нерубай, Б. Л. Штриков, В. В. Калашников утверждают, что при «превышении амплитудой переменных напряжений некоторого порогового значения происходит отрыв дислокаций от точек закрепления и их необратимое движение, которое проявляется в виде коллективных эффектов — образования микросдвигов в виде линий и полос скольжения. Значение пороговой амплитуды обычно составляет 0,3–0,8 от предела текучести» [3].

Изменения механических свойств, происходящие в металлах и сплавах при ультразвуковой обработке, вызваны изменением их структуры. Ультразвуковые колебания (УЗК), интенсивность которых превышает некоторое пороговое значение, вызывают в материале размножение, перемещение и взаимодействие несовершенств кристаллического строения: дислокаций, вакансий, примесных атомов. Наряду с механической работой по совершению

¹S. Ya. Berezin is the main author who has organized the study, formulated the conclusions and findings in realization of the group project.

процесса деформации, ультразвук вносит в деформируемую область дополнительную работу (энергию), которая расходуется на часть работы по формоизменению, изменению условий трения, на тепловыделение, активизацию смазок и т. д.

Увеличение амплитуды УЗК приводит к снижению неоднородности деформации и вызывает генерацию большого числа новых дислокаций. Для каждого материала характерна интенсивность УЗК, вызывающая развитие множественного скольжения. При этом перемещение дислокаций происходит по многим направлениям и плоскостям, не участвующим в пластической деформации при статических нагрузках. На поверхности деталей, подвергнутых ультразвуковой обработке с интенсивностью выше пороговой, наблюдаются следы пластической деформации – полосы скольжения. Их количество возрастает с увеличением амплитуды и продолжительности УЗК. Все это вызывает повышение пластичности деформируемого материала (эффект Блага – Лангенеккера).

Установлено, что в изделиях, обработанных с УЗК, повышается концентрация несовершенств кристаллического строения. При этом воздействие колебаний малой мощности, ниже порогового значения, приводит к появлению полос скольжения в виде дислокационных петель или диполей. При достаточно высокой интенсивности образуются дислокационные сплетения и ячейки. В поликристаллах с малоподвижными границами ультразвук вызывает зернограничное проскальзывание.

Для каждого металла и условий обработки существует пороговое значение напряжения, создаваемого УЗК. Например, для алюминия при 20 °С оно составляет 7 МПа, меди – 12 МПа. Для большинства чистых металлов значения пороговых напряжений равны 0,4–0,5 предела текучести материала при его статической деформации. Обработка металлов ультразвуком с амплитудами, меньшими пороговых в течение коротких промежутков времени, не вызывает изменения свойств металла. Амплитуды выше пороговых значений могут привести к упрочнению металла, или разупрочнить его, если материал был упрочнен каким-либо другим способом (накатка, дробеструйный наклеп и т. д.).

С другой стороны, С. А. Кобелев, Д. В. Вольсков считают, что снижение предела текучести происходит в основном за счет миграции дислокаций, а не образования их по методу Франка – Рида. Энергетические затраты на образование дислокаций значительно больше, чем на перемещение уже имеющихся в материале структурных несовершенств в зону пластического течения [1]. По мнению данных авторов, расчет показывает, что при длине дислокационного отрезка $L = 10^{-2} - 10^{-4}$ см максимум дислокационного поглощения для металлов приходится на частоты от сотен килогерц до десятков мегагерц. Интенсивность УЗК при этом должна быть достаточной, чтобы, основываясь на модели Келера – Гранато – Люке, реализовывался амплитудозависимый гистерезис, как механизм дислокационного поглощения, при котором возможно перемещение дислокаций.

Проблематичность реализации данного принципа очевидна, т. к. существующие генераторные установки не позволяют обеспечить необходимые интенсивности промышленного ультразвука на мегагерцовом диапазоне и проверить указанное предположение можно только на специальных конструкциях УЗК преобразователей. Для этого было разработано устройство, позволяющее концентрировать (суммировать) УЗК с разной частотой и амплитудами (рис. 1).

На рис. 1а представлена конструкция, включающая магнестрикционный преобразователь ПМС 6-22, помещенный внутри гильзы корпуса динамометра крутящего момента. На конце его волновода закреплен концентратор с 3 пьезоэлектрическими преобразователями П111-0,6-П16, закрепленными под углом 3° на гранях нижнего фланца концентратора. Они распределены по окружности через угол в 120°.

На рис. 1б представлен общий вид экспериментальной установки. На столе сверлильного станка 2А-150 закреплен динамометр крутящего момента с ультразвуковыми преобразователями. На верхнем торце концентратора закреплены тисы, удерживающие образцы, в отверстиях которых накатывается или нарезается резьба. Преобразователь ПМС 6-22 погружен внутрь гильзы динамометра, которая одновременно служит резервуаром для охла-

ждающей жидкости. Возбуждение преобразователя производит ультразвуковой генератор ИЛ10-2,0 в диапазоне частот 25–40 кГц. Пьезоэлектрические излучатели П111 подключаются к генератору УРСК-7Н-22. Он обеспечивает более высокую частоту УЗК, порядка 5 мГц. Такая конструкция концентратора УЗК позволяет получать суммированные колебания с общей амплитудой, равной

$$A = \sqrt{[A_1 \cos(w_1t + \varphi_1)]^2 + [A_2 \cos(w_2t + \varphi_2)]^2 + [A_1 \sin(w_1t + \varphi_1)]^2 + [A_2 \sin(w_2t + \varphi_2)]^2}, \quad (1)$$

и общей фазой суммарного колебания

$$\varphi = \arctan \left[\frac{[A_1 \sin(w_1t + \varphi_1) + A_2 \sin(w_2t + \varphi_2)]}{[A_1 \cos(w_1t + \varphi_1) + A_2 \cos(w_2t + \varphi_2)]} \right], \quad (2)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды суммируемых колебаний;

w_1, w_2 – соответствующие круговые частоты;

φ_1, φ_2 – частные фазовые сдвиги.



а



б

Рис. 1. Устройство для концентрации ультразвуковых колебаний:
а – разобранный концентратор; б – общий вид экспериментальной установки

Наложение двух колебаний повышает динамичность процесса деформирования металла. Суммарная амплитуда приводит к росту колебательной скорости УЗК, их интенсивности и звукового давления. Продольные волны УЗК вызывают также появление сдвиговых напряжений в материале. Согласно механизму суперпозиции напряжений, колебательное их значение с амплитудой τ_m и частотой ω вызывает периодическое изменение эффективного напряжения, определяющего скорость термоактивированного преодоления дислокациями барьеров с короткими радиусами действия

$$\tau_{\sim}^*(t) = \tau^2 + \tau_m \cos \varphi t, \quad (3)$$

где τ_m – эффективное напряжение в отсутствии акустических напряжений.

Действие концентрированного ультразвука приводит к появлению в деформируемых объемах повышенных температурных полей. Это влияет на изменение скоростей пластической деформации, интенсивность которых подчиняется уравнению Аррениуса

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_v \exp \left[-\frac{H(\tau^*)}{kT} \right], \quad (4)$$

где $H(\tau^*)$ – энергия активации;

T – температура;

k – постоянная Больцмана;

$\dot{\epsilon}_v$ – постоянная, зависящая от плотности дислокаций.

Акустические напряжения переменного характера и температурный фактор вызывают избыточный рост числа дислокаций и их интенсивные перемещения. Это приводит к проявлению в деформируемом металле акустопластического эффекта (АПЭ), т. е. эффекта повышения пластичности от действия УЗК. Эффект АПЭ проявляется в случае достижения амплитудой колебательных напряжений такого уровня, чтобы эффективные напряжения имели положительные значения и могли бы обеспечить рост скорости пластической деформации, достаточной для релаксации приложенного к материалу напряжения. С началом общего пластического течения величина АПЭ резко возрастает и быстро стремится к стационарной величине

$$\Delta\tau = \frac{kT}{V} \ln \left[I_0(x) \left(\frac{V\tau_m}{rT} \right) \right], \quad (5)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка;

V – активационный объем.

Эффективность действия концентрированного ультразвука можно оценить по изменению величины крутящих моментов при резьбонарезании метчиками или при вдавливании внутренней резьбы раскатниками или формирующим крепежом.

Для примера приведем результаты одной серии экспериментов по завинчиванию резьбовывдавляющих винтов в гладкие отверстия образцов из литого алюминиевого сплава АЛ9. Поскольку базовой продольной волной (наиболее длинной) является волна с меньшей частотой УЗК, на которую накладываются более короткие волны высокой частоты, то уровень упругих напряжений в материале образца, вызванных суммарной амплитудой A_x , будет определяться в виде выражения

$$\sigma_A = \pm EkA_x \cos(\omega t \pm kx), \quad (6)$$

где k – волновое число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$;

λ – длина волны;

E – модуль упругости;

x – продольная координата.

Сложение статического напряжения с амплитудой знакопеременного напряжения в определенной части цикла делает суммарное напряжение достаточным для преодоления дислокациями потенциальных барьеров и, соответственно, для начала более раннего пластического течения.

В алюминиевых сплавах уровень данных напряжений может достигать величин 20–30 МПа и даже выше. Это значительно больше стартовых напряжений Пайерлса-Набарро для дислокаций, сдвигаемых относительно друг друга в кристаллической структуре решетки.

Таким образом, можно предположить, что уровень снижения крутящих моментов будет зависеть от физико-механических свойств материала и суммарной колебательной скорости УЗК. Если уровень крутящего момента резьбообразования в режиме обычного процесса обозначить как $M_{кр}$, а то же, но при воздействии УЗК – через $\widetilde{M}_{кр}$, то связь между этими величинами можно записать в виде

$$\widetilde{M}_{кр} = M_{кр} - \Delta M, \quad (7)$$

где ΔM – величина снижения крутящего момента от действия концентрированных УЗК

$\Delta M = f(A; V_k)$, а V_k – суммарная колебательная скорость ультразвука

$$V_k = Aw \cos wt. \quad (8)$$

Функции ΔM устанавливаются экспериментально для различных типов резб и условий сборки или парезания. Например, для резьбы 12 • 1,5, формируемой в отверстиях изделий из сплава АЛ9 резбонакатывающими вишитами, данные зависимости имеют форму, представленную на рис. 2.

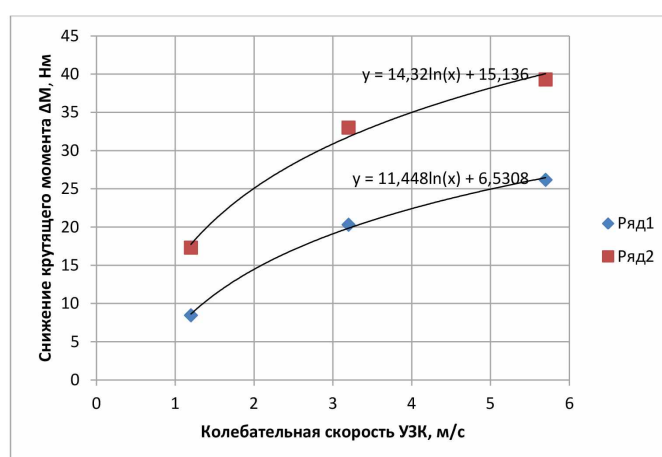


Рис. 2. Экспериментальные зависимости величины снижения крутящего момента для резьбы 12 • 1,5 в сплаве АЛ9: ряд1 — для обычных УЗК; ряд2 — для концентрированных УЗК

Каждая точка представленных зависимостей получена как среднее из 8 экспериментальных данных. Величина крутящего момента, относящегося к обычному резбообразованию оценивается традиционной эмпирической зависимостью вида

$$M_{кр} = C_m \cdot d^x \cdot P^y \cdot v^z \cdot \delta^u \cdot k_{см} \cdot k_n, \quad (9)$$

где C_m – коэффициент, учитывающий физико-механические свойства обрабатываемого материала;

d, P – диаметр и шаг резьбы соответственно;

v – скорость завинчивания инструмента (вишита, метчика и пр.);

δ – величина припуска под резьбу;

$k_{см}, k_n$ – коэффициенты, учитывающие влияние смазки и наличие покрытий на инструменте соответственно.

Таким образом, зная компоненты формулы (7), можно рассчитать крутящие моменты в режиме концентрированных УЗК.

Однако, остается вопрос о том, какую долю в общем объеме значений ΔM занимают базовая, т. е. низкочастотная компонента УЗК и, соответственно, высокочастотная.

Для этого были проведены серии экспериментов по выделению высокочастотной (ВЧ) составляющей ΔM . Производилась запись процесса, в ходе которой в точке, соответствующей 5-му витку, счетчик производил выключение генератора ВЧ УЗК. При этом серия из 25 экспериментов оценивала осциллограммы крутящих моментов с ВЧ компонентой, и такие же 25, при ее выключении. Обработка осциллограмм производилась с 5-го по 15-й витки. Для этого обе партии сортировались по парам. Устанавливалась разница в значениях крутящих моментов пар осциллограмм в той и другой группе. Значения записывались в журнал. Далее производилась пересортировка пар и снова измерялись разности в значениях моментов. Пересортировка производилась 4 раза с записью в тот же журнал. После этого вычислялись средние значения разностей по каждой указанной точке. Примерный вид осциллограмм приведен на рис. 3.

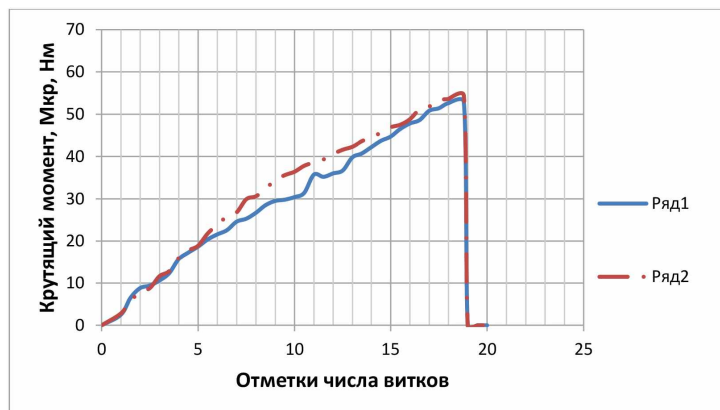


Рис. 3. Вид осциллограмм записи: ряд1 – с ВЧ компонентой УЗК; ряд2 – при выключении ВЧ на 5-м витке

Средние значения разности моментов в парах свидетельствуют о наличии определенного влияния ВЧ УЗК на снижение крутящих моментов, хотя в общих полигонах рассеивания разностей наблюдались и отрицательные значения, особенно по начальным и конечным виткам. Далее серии экспериментов продолжились для оценки влияния скорости завинчивания на величины разностей моментов. Запись производилась при 3 фиксированных значениях скоростей: 0,037 м/с; 0,078 м/с; 0,12 м/с. В результате получены экспериментальные зависимости разностей в факторном пространстве «скорость – витки». Вид поверхности отклика этих зависимостей показан на рис. 4. Как видим, с ростом скорости влияние ВЧ УЗК становится менее значительным. Это объясняется тем, что влияние самой скорости становится преобладающим над влиянием этой компоненты. Кроме того, на начальных витках, когда составляющая трения в общей структуре момента минимальна, положительное влияние УЗК больше проявляется воздействием на деформационную составляющую от работы задней части инструмента. С ростом крутящего момента растет и составляющая трения. При этом малая величина положительного влияния ВЧ колебаний в общем объеме момента становится менее заметной.

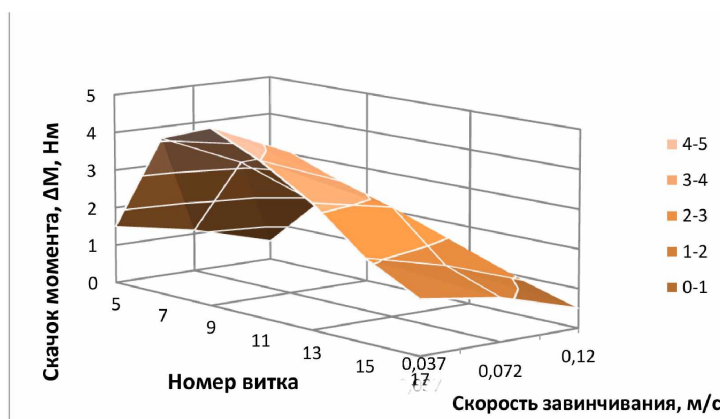


Рис. 4. Вид поверхности экспериментальных значений разностей моментов

Основным условием развития пластической деформации при воздействии концентрированных УЗК являются максимумы напряжений, возникающие при совпадении знака напряжений статической и динамической нагрузок (для линейного напряженного состояния). Заметны также пики напряжений, возникающие при геометрическом сложении максимальных сдвигающих напряжений от обоих источников при объемных напряженно-деформированных состояниях. Механизм воздействия ультразвуковых колебаний на контактное трение обусловлен изменением кинематики скольжения на контактной поверхности, характера взаимодействия контактируемых поверхностей и эффективности действия

смазок. Эффект оказывает и направление УЗК в зону контакта. Взаимодействие пульсирующих поверхностей сопровождается трением между микронеровностями, в результате чего выделяется тепло. Нагрев микровыступов приводит к уменьшению напряжений, необходимых для их смятия или сдвига. Степень повышения температуры микровыступов зависит от амплитуды смещений, частоты колебаний и шероховатости инструмента.

В случае резьбовывадавливания механизм действия ультразвука особенно актуален, т.к. от его понимания зависит эффективность процесса, а также правильность разработок оборудования и технологической оснастки. Исследовать действие ультразвука на процесс пластического течения металла возможно путем измерения микротвердости, и деформационной составляющей крутящего момента при завинчивании образцов, несущих только заходную часть, применением рентгеноструктурного и микроструктурного анализа.

Список литературы

1. Кобелев С. А., Вольсков Д. В. Снижение энергетических затрат на деформацию материалов путем ультразвукового воздействия // Современные технологии в машиностроении: IV Всерос. науч.-практ. конф. Пенза: ПДЗ. 2001. Ч. 1. С. 88–89.
2. Нерубай М. С., Штриков Б. Л., Калашников В. В. Ультразвуковая механическая обработка и сборка. Самара: Самар. кн. изд-во, 1995. 190 с.
3. Малыгин Г. А. Акустопластический эффект и механизм суперпозиции напряжений // Физика твердого тела. 2000. Т. 42, вып. 1. С. 69–75.
4. Березин С. Я. Ультразвук в процессах резьбообразования и сборки. Чита: ЧитГУ, 2009. 167 с.

References

1. Kobelev S. A., Vol'skov D. V. Snizhenie energeticheskikh zatrat na deformatsiyu materialov putem ul'trazvukovogo vozdeistviya // Sovremennye tekhnologii v mashinostroenii: IV Vseros. nauch.-prakt. konf. Penza: PDZ. 2001. Ch. 1. S. 88–89.
2. Nerubai M. S., Shtrikov B. L., Kalashnikov V. V. Ul'trazvukovaya mekhanicheskaya obrabotka i sborka. Samara: Samar. kn. izd-vo, 1995. 190 s.
3. Malygin G. A. Akustoplasticheskii effekt i mekhanizm superpozitsii napryazhenii // Fizika tverdogo tela. 2000. T. 42, vyp. 1. S. 69–75.
4. Berezin S. Ya. Ul'trazvuk v protsessakh rez'boobrazovaniya i sborki. Chita: ChitGU, 2009. 167 s.

Библиографическое описание статьи

Березин С. Я., Свиридов Ю. И. Активация внутреннего резьбообразования концентрированными потоками ультразвуковой акустической энергии // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 91–98. DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-91-98.

Reference to article

Berezin S. Ya., Sviridov Yu. I. Activation of Internal Thread-Formation by Concentrated Streams of Ultrasonic Acoustic Energy // Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 91–98. DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-91-98.

Статья поступила в редакцию 04.05.2016

УДК 621.763:621.893; 534.08; 53.082.4
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-99-106

Игорь Евгеньевич Калашников¹,
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник,
Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН
(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),
e-mail: kalash2605@mail.ru

Людмила Константиновна Болотова,
старший научный сотрудник,
Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН
(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),
e-mail: l.bolotova@mail.ru

Павел Андреевич Быков,
младший научный сотрудник,
Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН
(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 49),
e-mail: pavel_imet@mail.ru

Наталья Борисовна Подымова,
кандидат физико-математических наук,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
(119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы),
Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
(119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 4),
e-mail: prodymova@mail.ru

Сергей Федорович Забелин,
доктор технических наук, профессор, член корреспондент РАЕН,
Забайкальский государственный университет
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),
e-mail: s.zabelin2012@yandex.ru

Физико-механические и трибологические свойства композиционных материалов на основе сплава системы $SnSbCu$, полученных методом экструзии

Исследованы физико-механические и трибологические свойства композиционных материалов на основе сплава системы $SnSbCu$. Представлена технология изготовления методом экструзии наплавочных композиционных прутков на основе системы $SnSbCu$, а именно баббита Б83. Получены прутки с равномерным распределением высокопрочных армирующих частиц карбида кремния. Показано, что по значениям твёрдости и плотности наплавочные прутки соответствуют свойствам литого сплава баббита Б83, а по износостойкости превосходят его.

Ключевые слова: сплав баббита Б83, армирующие наполнители, экструзия, композиционные прутки, лазерный оптико-акустический метод, износостойкость

¹И. Е. Калашников – основной автор, является организатором исследования, формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного проекта.

Igor E. Kalashnikov¹,

*Doctor of Engineering Science, Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: kalash2605@mail.ru*

Ludmila K. Bolotova,

*Senior Researcher, Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: l.bolotova@mail.ru*

Pavel A. Bykov,

*Junior Researcher, Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science,
Russian Academy of Sciences
(49 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: pavel_imet@mail.ru*

Natalia B. Podymova,

*Candidate of Physics and Mathematics,
Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
(1 Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia)
National University of Science and Technology "MISiS"
(4 Leninsky pr., Moscow, 119991, Russia),
e-mail: npodymova@mail.ru*

Sergey F. Zabelin,

*Doctor of Engineering Science, Professor,
Corresponding Member of the Russian Academy of Natural Sciences,
Transbaikal State University
(30 Alexandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),
e-mail: s.zabelin2012@yandex.ru*

Physical, Mechanical and Tribological Properties of Composite Materials based on SnSbCu Alloy Manufactured by the Extrusion Method

Physical, mechanical and tribological characteristics of composite materials based on SnSbCu alloy have been investigated. The paper presents the manufacturing technique by the extrusion method of the composite filler rods based on SnSbCu alloy, namely on babbitt alloy B83. The manufactured filler rods were obtained with the uniform distribution of high-strength reinforcing particles of SiC. It was found that the hardness and the density of these filler rods are comparable with those of the cast babbitt alloy B83 whereas their wear resistance exceeds that of this alloy.

Keywords: babbitt alloy B83, reinforcing particles, extrusion method, composite filler rods, laser-ultrasonic method, wear resistance

Введение. Наилучшим комплексом антифрикционных свойств обладают оловянные баббиты на основе системы $SnSbCu$, в частности, B83 (10–12 % Sb, 5,5–6 % Cu, основа — Sn) по ГОСТ 1320-74. Недостатками таких баббитов является их невысокие износостойкость и усталостная прочность вследствие остроугольной формы крупных интерметаллидов SnSb, вершины и грани которых являются концентраторами напряжений [13]. Улучшение свойств баббитов может быть достигнуто дисперсным упрочнением сплавов микронными керамическими частицами, т. е. получением на их основе гетерогенных дисперсно-упрочненных

¹I. E. Kalashnikov is the main author who has organized the study, formulated the conclusions and findings in realization of the group project.

композиционных материалов (КМ) [2; 8]. В этом случае совместная работа равномерно распределенных высокомодульных армирующих частиц и пластичной матрицы может повысить прочность и усталостную долговечность получаемого композита, не ухудшая при этом антифрикционные свойства [3; 6]. Известно, что такие керамические частицы, как SiC , TiC , SiO_2 , Al_2O_3 , имеющие высокую твердость, температуру плавления и высокую стабильность, широко используются в качестве армирующего наполнителя для упрочнения пластичных матриц КМ [10–12].

Недостатками литейных способов изготовления композиционных материалов с дискретными наполнителями являются затруднения при введении армирующего наполнителя в расплав, сложность обеспечения равномерного распределения в объеме расплава, возникновение пористости и, как следствие, уменьшение прочности материала. В этом случае информативным параметром контроля качества КМ являются локальные упругие модули материала [5].

Устранить вышеперечисленные недостатки можно, применив методы порошковой металлургии и экструзии. Исследовали структуру и влияние различного количества армирующих частиц SiC (3–7 масс. %) со средним размером 40 мкм на трибологические свойства композиционных материалов на основе сплава баббита Б83, полученных методом экструзии.

Материалы и методы исследования. Смесь порошков для экструзии получали методом механического легирования по технологическим режимам, представленным в табл. 1.

Таблица 1

Состав, режимы обработки и свойства исследуемых образцов

№ обр.	Состав	Режимы механического легирования	Твердость, НВ	Плотность, г/см ³
1	Б83 литой	-	23,6	7,39
2	Б83 стружка	300 об/мин, 20 мин	23,3	7,29
3	Б83+3 масс. % SiC	300 об/мин, 30 мин	25,0	7,09
4	Б83+5 масс. % SiC	300 об/мин, 30 мин	25,4	6,84
5	Б83+7 масс. % SiC	300 об/мин, 30 мин	24,6	6,25

Навески из смеси порошков засыпали в пресс-форму и подвергали холодному прессованию при усилии 320–340 МПа. Заполненную холодным компактом пресс-форму помещали в муфельную печь, нагревали до температуры 310 ± 10 °С и выдерживали в течение 30 мин, а затем при этой же температуре компакт из композиционной смеси экструдировали на механическом прессе ОМА ($P_{\max} - 15$ т) при усилии 320 ± 5 МПа. Использовали фильеру диаметром 6 мм. Принципиальная схема процесса экструзии представлена на рис. 1.

После экструзии из полученных длиномерных стержней (диаметром 6 мм и длиной 800 мм) готовили образцы для электронной микроскопии, физико-механических и трибологических испытаний. Для измерения упругих модулей применяли лазерный оптико-акустический метод (ЛОАМ), основанный на термооптическом механизме возбуждения широкополосных ультразвуковых импульсов продольных и сдвиговых акустических волн [1] и измерении фазовых скоростей этих волн в исследуемых образцах. Основное преимущество ЛОАМ перед традиционными ультразвуковыми методами заключается в возможности эффективного лазерного возбуждения мощных зондирующих акустических импульсов субмикросекундной длительности. Это позволяет осуществлять диагностику структуры и проводить измерения механических и акустических параметров для сильно поглощающих и рассеивающих ультразвук КМ [9]. Модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона для исследуемых образцов КМ рассчитывали по измеренным значениям плотности образцов и фазовых скоростей продольных и сдвиговых акустических волн в этих образцах с

использованием известных соотношений между упругими постоянными и фазовыми скоростями акустических волн для изотропного твердого тела [4]. Принципиальная схема ЛОАМ для измерения фазовой скорости продольных акустических волн схематически показана на рис. 2.

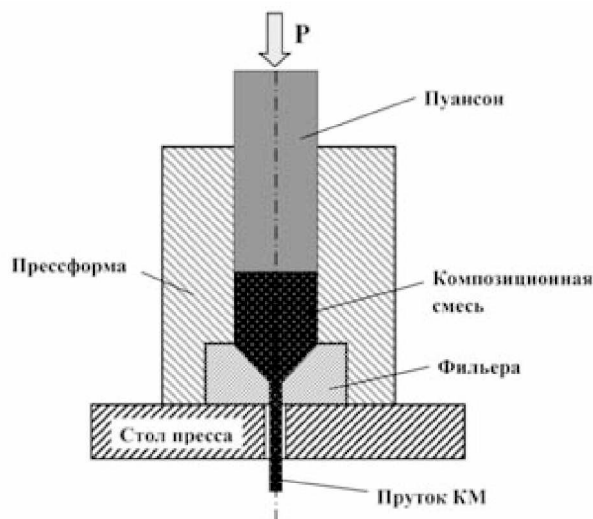


Рис. 1. Принципиальная схема получения композиционных прутков методом экструзии

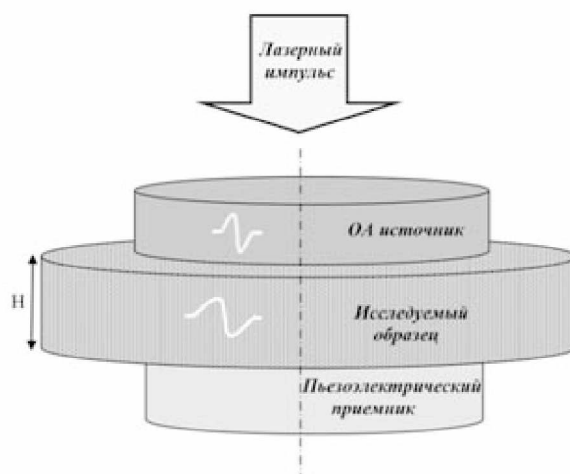


Рис. 2. Принципиальная схема лазерного оптико-акустического метода измерения фазовой скорости продольных акустических волн

Твердость образцов по Бриннелю (НВ) определяли на твердомере Wilson Wolpert при нагрузке 62,5 кг, диаметр шарика 2,5 мм, плотность — методом гидростатического взвешивания.

Для сравнения исследовали образцы баббита Б83 в состоянии поставки и образцы из порошка баббита без наполнителя после экструзии. Составы материалов, их твердость и плотность представлены в табл. 1.

Трибологические испытания образцов КМ проводили в условиях сухого трения скольжения на установке SETR UMT Multi-Specimen Test System по схеме палец (пруток КМ) — диск (сталь 45) при осевых нагрузках 6, 10, 14, 18, 22 Н в течение 10 мин при каждой нагрузке на воздухе при температуре 20 ± 1 °С и влажности 60 ± 4 %. Потерю массы образцов фиксировали после окончания всего цикла испытания взвешиванием на аналитических весах с точностью $\pm 0,5 \times 10^{-3}$ г. Интенсивность изнашивания I_m рассчитывали по формуле: $I_m = \Delta m / L$, где Δm — потеря массы образца; L — путь трения [7].

Результаты и обсуждение. Результаты измерения значений твердости экструдированных прутков свидетельствуют, что при введении высокопрочных керамических частиц карбида кремния твердость КМ имеет тенденцию к увеличению в среднем на 10 %. Плотность КМ, как при введении наполнителя, так и с увеличением его доли уменьшается, поскольку частицы карбида кремния имеют меньшие удельные массовые характеристики ($3,2 \text{ г/см}^3$ по отношению к матричному сплаву баббита Б83 – $7,39 \text{ г/см}^3$).

Результаты анализа поверхности изломов прутков КМ на электронном микроскопе FEI QUANTA 200 3D представлены на рис. 3. Видно, что на поверхности излома литого баббита Б83 присутствуют крупные кристаллы интерметаллида SnSb (рис. 3а). После механической обработки в шаровой мельнице стружки из этого материала и последующей экструзии происходит в результате механического воздействия диспергирование интерметаллидов SnSb (рис. 3б). Образцы КМ, полученные методом экструзии, характеризуются равномерным распределением частиц SiC при сохранении тенденции уменьшения размеров интерметаллидов SnSb, по сравнению с образцом литого баббита Б83 (рис. 3в). Похожие поверхности изломов наблюдались и в образцах № 3 и 5.

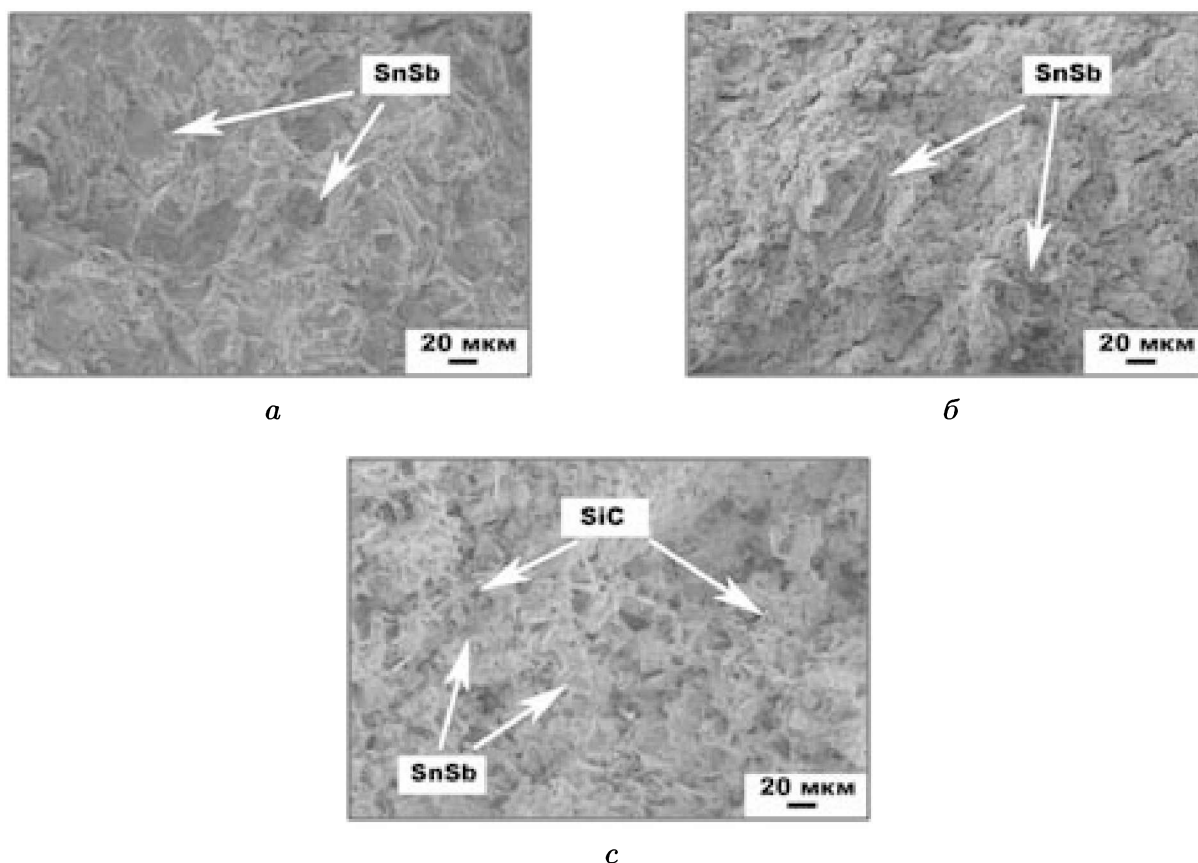


Рис. 3. Поверхности изломов:
а – образец № 1, б – образец № 2, в – образец № 4

Результаты оптико-акустических измерений скоростей ультразвуковых волн и упругих параметров образцов из порошка баббита без наполнителя после экструзии и образцов, армированных высокопрочными частицами SiC, приведены в табл. 2.

Результаты оптико-акустических измерений

Образец	c_L , м/с	c_S , м/с	E , ГПа	G , ГПа	ν
Б83 стружка	3370 ± 17	1720 ± 30	$57,9 \pm 4,6$	$21,9 \pm 1,5$	$0,324 \pm 0,016$
Б83+3 масс. % SiC	3417 ± 17	1725 ± 30	$56,1 \pm 4,5$	$21,1 \pm 1,5$	$0,329 \pm 0,016$
Б83+5 масс. % SiC	3532 ± 18	1856 ± 32	$61,7 \pm 4,9$	$23,6 \pm 1,6$	$0,309 \pm 0,015$
Б83+7 масс. % SiC	3135 ± 16	1716 ± 30	$42,8 \pm 3,4$	$16,6 \pm 1,2$	$0,286 \pm 0,014$

Видно, что образцы из порошка баббита без наполнителя после экструзии и образцы, армированные высокопрочными частицами SiC в количестве 3 масс. %, имеют соизмеримые значения упругих характеристик. Максимальные упругие характеристики имеют образцы состава Б83+5 масс. % SiC. С увеличением доли армирования до 7 масс. % значения модулей Юнга, сдвига и коэффициента Пуассона значительно понижаются, что объясняется возросшей пористостью КМ из-за затруднений заполнения матричным материалом межчастичного пространства в скоплениях армирующих частиц.

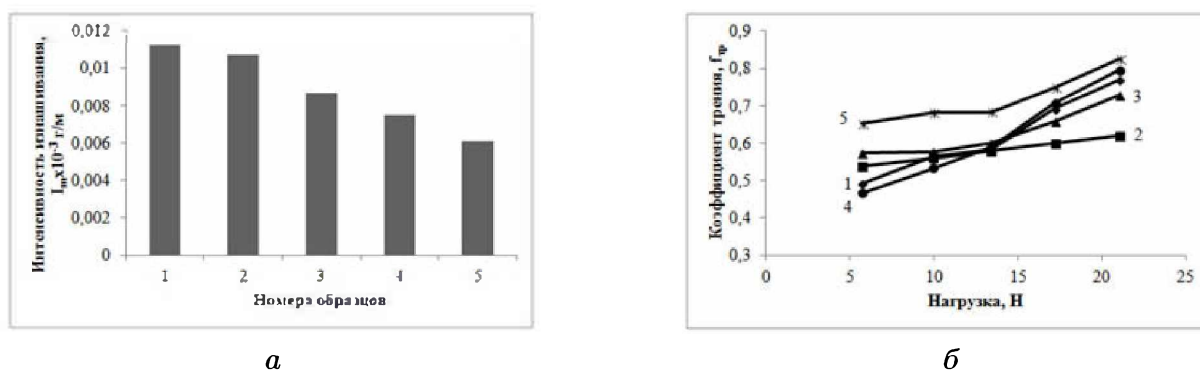


Рис. 4. Интенсивность изнашивания (а) и коэффициент трения в зависимости от нагрузки (б) исследуемых образцов (номера согласно табл. 1)

Из рис. 4а видно, что уменьшение среднего размера интерметаллидов в сплаве Б83 за счет обработки в шаровой мельнице и последующей экструзии позволило снизить интенсивность изнашивания (обр. № 2). Дополнительное введение в состав экструдированных образцов из баббита частиц SiC также приводит к увеличению износостойкости при содержании SiC 3, 5, 7 масс. % соответственно на 23, 33 %, 45 % (обр. 3–5).

В свою очередь коэффициент трения при возрастании нагрузки литого образца (№ 1) выше, чем образца после экструдирования стружки (№ 2) и армированного 3 масс. % SiC (обр. № 3). Это связано с измельчением интерметаллидов и упрочнением частицами SiC этих образцов. Однако увеличение содержания карбида кремния до 7 масс. % приводит к увеличению коэффициента трения, что связано с большим количеством твердой составляющей SiC (рис. 4б).

Заключение. Получены прутки композиционного материала на основе баббита Б83, упрочненного частицами SiC различного процентного содержания. Образцы характеризовались равномерностью распределения армирующего наполнителя. Наилучшие значения по трибологическим свойствам показали образцы состава Б83+3 масс. % SiC (№ 3) и Б83+5 масс. % SiC (№ 4), т. к. соотношение значений коэффициентов трения и интенсивности изнашивания в них наиболее оптимально во всем диапазоне трибонагружения. Прутки этих составов могут быть рекомендованы для использования в качестве присадочных для наплавки на поверхность деталей износостойких антифрикционных слоев.

Список литературы

1. Гусев В. Э., Карабутов А. А. Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
2. Калашников И. Е., Болотова Л. К., Чернышова Т. А. Трибологические характеристики литых алюмоматричных композиционных материалов, модифицированных наноразмерными тугоплавкими порошками // Российские нанотехнологии. 2011. Т. 6, № 1–2. С. 135–143.
3. Калашников И. Е., Ковалевский В. В., Чернышова Т. А., Болотова Л. К. Композиционные материалы с наполнителями из шунгитовых пород // Металлы. 2010. № 6. С. 85–95.
4. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
5. Подымова Н. Б., Карабутов А. А., Павлин С. В., Калашников И. Е., Болотова Л. К., Чернышова Т. А., Кобелева Л. И., Кулибаба В. Ф. Измерение упругих модулей дисперсно-наполненных композиционных материалов лазерным оптико-акустическим методом // ФХОМ. 2011. № 2. С. 78–87.
6. Чернышова Т. А., Михеев Р. С., Калашников И. Е., Акимов И. В., Харламов Е. И. Разработка и апробация композиционных материалов систем Al-SiC, Al-TiC в узлах трения нефтедобывающего оборудования // ФХОМ. 2010. № 5. С. 78–86.
7. Чичинадзе А. В., Берлинер Э. М., Браун Э. Д. Трение, износ и смазка (трибология и триботехника) / под ред. А.В. Чичинадзе. М.: Машиностроение, 2003. 576 с.
8. Gongjun Cui, Qinling Bi, Muye Niu, Jun Yang, Weimin Liu. The tribological properties of bronze-SiC-graphite composites under sea water condition // Tribol. Int. 2013. Vol. 60. P. 25–35.
9. Karabutov A. A., Podymova N. B. Quantitative analysis of the influence of voids and delaminations on acoustic attenuation in CFRP composites by the laser-ultrasonic spectroscopy method // Compos. Part B Eng. 2014. Vol. 56. P. 238–244.
10. Moustafa SF, Abdel-Hamid Z, Abd-Elhay AM. Copper matrix SiC and Al₂O₃ particulate composites by powder metallurgy technique // Materials Letters. 2002. Vol. 53. P. 244–249.
11. Ragab KhA Abdel-Karim R, Farag S, El-Raghy SM, Ahmed HA. Influence of SiC, SiO₂ and graphite on corrosive wear of bronze composites subjected to acid rain // Tribology International. 2010. Vol. 43. P. 594–601.
12. Rajkumar K, Aravindan S. Tribological performance of microwave sintered copper-TiC-graphite hybrid composites // Tribology International. 2011. Vol. 44. P. 347–58.
13. Valeeva A. Kh., Valeev I. Sh., Fazlyakhmetov R. F. Effect of structure of B83 babbitt on its wear // J. Frict. Wear. 2014. Vol. 35. № 4. P. 311–315.

References

1. Gusev V. E., Karabutov A. A. Lazernaya optoakustika. M.: Nauka, 1991. 304 s.
2. Kalashnikov I. E., Bolotova L. K., Chernyshova T. A. Tribologicheskie harakteristiki lityh alyumomatrichnyh kompozicionnyh materialov, modifitsirovannyh nanorazmernymi tugoplavkimi poroshkami // Rossijskie nanotekhnologii. 2011. T. 6, № 1–2. S. 135–143.

3. Kalashnikov I. E., Kovalevskij V. V., Chernyshova T. A., Bolotova L. K. Kompozicionnye materialy s napolnitelyami iz shungitovyh porod // *Metally*. 2010. № 6. S. 85–95.
4. Novackij V. *Teoriya uprugosti*. M.: Mir, 1975. 872 s.
5. Podymova N. B., Karabutov A. A., Pavlin S. V., Kalashnikov I. E., Bolotova L. K., Chernyshova T. A., Kobeleva L. I., Kulibaba V. F. Izmerenie uprugih modulej dispersno-napolnennyh kompozicionnyh materialov lazernym optiko-akusticheskim metodom // *Fizika i himiya obrabotki materialov*. 2011. № 2. S. 78–87.
6. Chernyshova T. A., Miheev R. S., Kalashnikov I. E., Akimov I. V., Harlamov E. I. Razrabotka i aprobaciya kompozicionnyh materialov sistem Al-SiC, Al-TiC v uzlah treniya neftedobyvayushchego oborudovaniya // *Fizika i himiya obrabotki materialov*. 2010. № 5. S. 78–86.
7. Chichinadze A. V., Berliner E. M., Braun E. D. Trenie, iznos i smazka (tribologiya i tribotekhnika) / pod obshch. red. A.V. Chichinadze. M.: Mashinostroenie, 2003. 576 s.
8. Gongjun Cui, Qinling Bi, Muye Niu, Jun Yang, Weimin Liu. The tribological properties of bronze-SiC-graphite composites under sea water condition // *Tribol. Int.* 2013. Vol. 60. P. 25–35.
9. Karabutov A. A., Podymova N. B. Quantitative analysis of the influence of voids and delaminations on acoustic attenuation in CFRP composites by the laser-ultrasonic spectroscopy method // *Compos. Part B Eng.* 2014. Vol. 56. P. 238–244.
10. Moustafa SF, Abdel-Hamid Z, Abd-Elhay AM. Copper matrix SiC and Al₂O₃ particulate composites by powder metallurgy technique // *Materials Letters*. 2002. Vol. 53. P. 244–249.
11. Ragab KhA Abdel-Karim R, Farag S, El-Raghy SM, Ahmed HA. Influence of SiC, SiO₂ and graphite on corrosive wear of bronze composites subjected to acid rain // *Tribology International*. 2010. Vol. 43. P. 594–601.
12. Rajkumar K, Aravindan S. Tribological performance of microwave sintered copper-TiC-graphite hybrid composites // *Tribology International*. 2011. Vol. 44. P. 347–58.
13. Valeeva A. Kh., Valeev I. Sh., Fazlyakhmetov R. F. Effect of structure of B83 babbitt on its wear // *J. Frict. Wear*. 2014. Vol. 35. № 4. P. 311–315.

Библиографическое описание статьи

Калашников И. Е., Болотова Л. К., Быков П. А., Подымова Н. Б., Забелин С. Ф. Физико-механические и трибологические свойства композиционных материалов на основе сплава системы SnSbCu, полученных методом экструзии // *Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология*. 2016. Т. 11, № 4. С. 99–106. DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-99-106.

Reference to article

Kalashnikov I. E. Bolotova L. K., Bykov P. A., Podymova N. B., Zabelin S. F. Physical, Mechanical and Tribological Properties of Composite Materials based on SnSbCu Alloy Manufactured by the Extrusion Method // *Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology*. 2016. Vol. 11, No 4. P. 99–106. DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-99-106.

Статья поступила в редакцию 15.05.2016

**ТРЕБОВАНИЯ К СТАТЬЯМ,
ПУБЛИКУЕМЫМ В НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ
«Ученые записки ЗабГУ»**

Редакция принимает **не опубликованные ранее** материалы объёмом до 1 п. л. (40 000 знаков с пробелами), выполненные в жанрах:

Жанр	Минимальный объём
Статья (<i>теоретического и эмпирического характера, содержащая основные научные результаты, полученные автором</i>)	0, 5 п. л. (<i>20 000 знаков</i>)
Научные сообщения, доклады	0, 3 п. л. (<i>12 000 знаков</i>)
Научные обзоры, рецензии	0,2 п. л. (<i>8 000 знаков</i>)

В редакцию НЕОБХОДИМО ПРЕДОСТАВИТЬ:

1. Электронный вариант статьи. В имени файла указывается фамилия автора и название статьи.
2. Договор на оказание услуг – в 2 экземплярах.
3. Рецензия на статью, заверенная печатью и подписью.
4. Отзыв научного руководителя с указанием новизны и достоверности исследования, если автор статьи – аспирант, соискатель учёной степени кандидата наук.
5. Личная карточка автора – сведения об авторе/авторах.

Структура статьи, предоставляемой в редколлегию журнала

Отрасль науки (рубрика журнала).

Код: УДК.

Инициалы, фамилия автора приводятся на русском и английском языках. Количество соавторов в статье может быть не более 5. При наличии соавторов первым указывается ответственный/ основной автор. На русском и английском языках даётся описание вклада основного автора (1 предложение).

Город, страна (на русском и английском языках).

Место работы (постоянное и при наличии – место выполнения научного проекта) – на русском и английском языках.

Почтовый адрес.

Источники финансирования статьи (при их наличии) приводятся на русском и английском языках.

Название статьи приводится на русском и английском языках строчными буквами (не заглавными).

Аннотация: 150–200 слов на русском и английском языках. Текст аннотации должен включать основные результаты статьи. Аннотация не должна содержать каких-либо ссылок.

Ключевые слова или словосочетания (5–7 терминов) отделяются друг от друга запятой. Приводятся на русском и английском языках.

Основной текст статьи с внутритекстовыми ссылками на цитируемые источники. В тексте **ссылки** приводятся в квадратных скобках с указанием порядкового номера в списке литературы и страницы [1, с. 25]. Несколько источников отделяются друг от друга точкой с запятой [1; 3; 4].

Список литературы указывается в алфавитном порядке и должен включать не менее 7 источников. Если в список входит литература на иностранном языке, она следует за литературой на русском языке.

Правила оформления статьи

Общие требования: формат А 4, ориентация книжная.

Параметры страницы: верхнее и нижнее – 2; левое и правое – 2,5. Шрифт Arial, кегль 14, интервал полуторный. Отступ первой строки – 1,25. Текст без переносов, выравнивание по ширине.

При использовании дополнительных шрифтов при наборе статьи, их необходимо предоставить в редакцию.

Статья должна быть со сквозной нумерацией. На последней странице указывается, что «статья публикуется впервые», ставятся дата и подпись.

Рабочие языки: русский и английский.

Список литературы оформляется согласно ГОСТу Р. 7.0.5 – 2008. Для каждого источника обязательно указывается изд-во, общее количество страниц или номера страниц интересующего материала источника. **Публицистика, архивы, справочные и законодательные материалы указываются после «Списка литературы» в разделе «Источники»**, нумерация продолжается (сквозная), либо выносятся в текст статьи в виде подстрочных ссылок (сноски внизу страницы). Маркер сноски – арабская цифра, нумерация постраничная.

В тексте **ссылки** приводятся в квадратных скобках с указанием порядкового номера в списке литературы и страницы [1, с. 25]. Несколько источников отделяются друг от друга точкой с запятой [1; 3; 4].

Объём цитирования в статье должен быть не более **30 %** от общего объёма статьи.

Особенности набора слов, цифр, формул, единиц измерения

Слова на латинице набираются курсивом.

Единицы измерения отделяются от символов и цифр, к которым они относятся.

Делать чёткое различие О (буква) и 0 (ноль), 1 (единица) и I (римская единица или буква «и») и т. д. Необходимо различать дефис (-) и тире (–).

Не следует заменять букву «ё» на «е».

Таблицы оформляются в формате Word, должны быть озаглавлены и иметь сквозную нумерацию в пределах статьи, обозначаемую арабскими цифрами (например, таблица 1), в тексте ссылки нужно писать сокращённо (табл. 1). Содержание таблиц не должно дублировать текст. Слова в таблицах должны быть написаны полностью, верно должны быть расставлены переносы. В ячейке таблицы в конце предложения точка не ставится.

Рисунки предоставляются только в чёрно-белом варианте (графики, диаграммы – формат Excell, схемы, карты, фотографии), даются со сквозной нумерацией (арабскими цифрами) и везде обозначаются сокращённо (например: рис. 1). Предоставляются в формате jpg (разрешение не менее 300 т/д) отдельными файлами с указанием его порядкового номера, фамилии автора/авторов и названия статьи. Размер рисунка 170×240 мм. Все детали рисунка при его уменьшении должны хорошо различаться. Все подрисовочные подписи прилагаются отдельным списком в конце статьи.

Объём рисунков не должен превышать ¼ объёма статьи.

Требования к статьям по направлению «Физика, математика, техника, технология»

Электронный вариант статьи предоставляется на CD и других носителях или по электронной почте.

Предоставляемые файлы должны обладать расширением **.tex** и **.pdf**.

Издательство использует систему вёрстки **miktex** для Windows версии не ниже 2.7.

Материалы, не соответствующие предъявленным требованиям, к рассмотрению не принимаются.

Материалы публикуются в авторской редакции. За точность содержания цитат и ссылок ответственность несут авторы.



Пакет документов, необходимый для опубликования материалов, отсылается по e-mail: zab-nauka@mail.ru. Заверенные печатью и подписью рецензия и отзыв научного руководителя (для аспирантов) отправляются по адресу:
672007, г. Чита, ул. Бабушкина, 129,
Забайкальский государственный университет,
Редакция научных журналов (каб. 126).

Редактор В. К. Демиденко
Редактор перевода В. М. Ерёмина
Дизайн обложки: М. Р. Коптелова
Вёрстка: Г. А. Зенкова

Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.
Гарнитура «Arial». Сдано в печать 15.09.16.
Усл. печ. 12,7.
Усл. изд. л. 7,5.
Тираж 1000 экз.
Заказ № 16234.

Забайкальский государственный университет
672039, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30

Managing editor T. R. Shevchuk
Editor of the English Translation
V. M. Eremina
Cover design: M. R. Koptelova
Make-up: G. A. Zenkova

Format 60×84 1/8. Offset paper
Headset «Arial». Signed to print 15.0916.
Con. quires 12,7.
Con. pub. quires 7,5.
Circulation 1000 copies.
Order № 16234.

Transbaikal State University,
672039, Chita, 30 Aleksandro-Zavodskaya St.