

УДК 556.5.07; 556.047

DOI: 10.21209/2308-8761-2018-13-4-118-126

Павел Юрьевич Лукьянов¹,

кандидат технических наук,

ведущий программист,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru

Сергей Васильевич Цыренжапов²,

младший научный сотрудник,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru

Юрий Владимирович Харин³,

инженер,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru

Ксения Андреевна Щегрина⁴,

инженер,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru

Особенности использования формул Френеля для расчёта амплитуды и фазы преломлённой и отражённой плоских электромагнитных волн на границе раздела наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред

В работе обсуждаются особенности использования формул Френеля в различных видах для расчёта процессов преломления и отражения электромагнитных волн на плоской границе раздела с учётом специфических эффектов, проявление которых ожидается в наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных средах, в том числе вблизи критических температур на линии Видома. Рассматриваются вопросы о фазе отражённой и преломлённой волн в зависимости от сочетания электромагнитных характеристик сред

¹П. Ю. Лукьянов – организатор исследования.

²С. В. Цыренжапов формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного исследования.

³Ю. В. Харин формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного исследования.

⁴К. А. Щегрина формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного исследования.

и геометрических факторов, а также вопрос о смене фазы отражённой волны вблизи угла Брюстера. Предлагается так называемое «интуитивное» определение для «однофазности» двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся в различных направлениях, которое позволяет существенно упростить формулировки правил, определяющих фазу электромагнитных волн, отражённых от границы раздела сред.

Ключевые слова: диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость, формулы Френеля, граница раздела, наноструктурированная гетерогенная среда, увлажнённая дисперсная среда

Как известно, формулы Френеля (1823 г.) определяют амплитуду и фазу отражённой и преломлённой электромагнитных волн (в т.ч. световых волн) на плоской границе раздела сред с различными электромагнитными характеристиками. При этом угол, под которым распространяется преломлённая волна, определяется законом Снеллиуса (1580–1626). Поскольку в первой четверти XIX века электромагнитная теория в форме уравнений Максвелла (ок. 1873 г.) ещё не существовала, формулы Френеля были выведены исходя из представлений о свете как о поперечных упругих колебаниях среды (так называемое «эфира»). Вывод закона Снеллиуса и формул Френеля непосредственно из уравнений Максвелла впервые осуществил Г. Лорентц (1875 г.), в результате чего дополнительно выявилась связь между показателем преломления света n и электромагнитными характеристиками среды: $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, где ε – относительная диэлектрическая, и μ – относительная магнитная проницаемости.

Наиболее часто в литературе формулы Френеля (далее – ФФ) приводятся в следующем «каноническом» виде для p (ТМ) – поляризации и s (ТЕ) – поляризации волн соответственно

$$A_p^{omp} = +A_p^0 \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \theta)}{\operatorname{tg}(\varphi + \theta)}, \quad A_p^{np} = A_p^0 \frac{2\cos\varphi \sin\theta}{\sin(\varphi + \theta) \cos(\varphi - \theta)},$$

$$A_s^{omp} = -A_s^0 \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\sin(\varphi + \theta)}, \quad A_s^{np} = A_s^0 \frac{2\cos\varphi \sin\theta}{\sin(\varphi + \theta)},$$

где φ – угол падения (равный углу отражения); θ – угол проходящей (преломлённой) волны; A^0 – амплитуда падающей волны; A^{omp} и A^{np} – амплитуды отражённой и проходящей волн.

Отметим, что знак в первой из приведённых формул в некоторых источниках может быть и отрицательным (напр., [13; 14]), что, как будет показано далее, не является ошибкой.

Очевидно, что ФФ в «каноническом» виде имеют следующие недостатки:

– при нормальном падении волны на поверхность раздела расчёт по формулам сталкивается с неопределённостью вида $0/0$, что дополнительно требует осуществления предельного перехода и может привести к неожиданным результатам при компьютерных вычислениях;

– предельные выражения из ФФ при малых углах падения волны не соответствуют общим формулам для коэффициентов отражения и прохождения волны при её нормальном падении;

– также ФФ в «канонической» форме не соответствуют принципу перестановочной двойственности электрического и магнитного поля в электромагнитной теории

Максвелла: ФФ для TM и TE волн не форминвариантны относительно замены электрического поля на магнитное, и наоборот;

– угол, при котором амплитуда отражённой волны обращается в ноль (угол Брюстера), согласно «каноническому» виду ФФ может наблюдаться только на TM поляризации волны, что также противоречит принципу перестановочной двойственности; если какое-либо явление наблюдается для электрической компоненты поля, аналогичный эффект должен существовать также и для магнитной компоненты (за исключением явлений, связанных с движением свободных электрических зарядов и отсутствием в природе свободных магнитных зарядов);

– при падении волны, близком к нормальному, ФФ дают формально различающиеся на $\pm\pi$ фазы для отражённой волны на TM и TE поляризациях, хотя из условий симметрии системы результат должен быть одинаковым.

Отметим, что все перечисленные выше недостатки ФФ в их «каноническом» виде, кроме последнего, обусловлены предположением о равенстве магнитных проницаемостей двух сред, т. е. $\mu_1 = \mu_2$, что традиционно совершается в ходе вывода ФФ исходя из электромагнитной теории Максвелла [6; 7; 13]. По мнению авторов, вводить данное предположение совершенно нецелесообразно, поскольку издержками такого подхода являются, кроме сужения области применимости ФФ до исключительно немагнитных сред, также и перечисленные выше недостатки. Между тем, система уравнений, получающаяся из граничных условий для волнового уравнения, может быть алгебраически разрешена и в общем случае, хотя и приводит к несколько более громоздким выражениям [11]. Однако, если выражения числителей и знаменателей в ФФ из [11] разделить на $\sqrt{\mu_1\mu_2}$, то, после некоторых очевидных преобразований, можно получить ФФ в предельно простом форминвариантном виде для TE и TM волн соответственно

$$\rho_{\perp} = \frac{W_2 \cos \varphi - W_1 \cos \theta}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \theta}, \quad \tau_{\perp} = \frac{2W_2 \cos \varphi}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \theta},$$

$$\rho_{\parallel} = -\frac{W_2 \cos \theta - W_1 \cos \varphi}{W_2 \cos \theta + W_1 \cos \varphi}, \quad \tau_{\parallel} = \frac{2W_2 \cos \varphi}{W_2 \cos \theta + W_1 \cos \varphi},$$

где ρ и τ – коэффициенты отражения и прохождения волны соответственно; W_1 и W_2 – волновые сопротивления сред.

Именно в таком виде ФФ, выведенные несколько иным путём, представлены в работе [8].

Таким образом, в области теории преломления и отражения электромагнитных волн сложилось достаточно парадоксальное положение. Практически во всех классических и современных работах, а также справочных и учебных пособиях [3; 7; 10; 13; 14] ФФ приводятся в относительно «неудачном» для проведения расчётов виде, а также для частного случая немагнитных сред, и, по этой причине, входящие в противоречие со многими другими положениями теории ЭМВ. Нередко и решение последующих задач основывается на «неудачных» ФФ, причём об ограничениях в области применимости ФФ в этом виде в дальнейшем «забывается» [13; 14]. В то же время, существует простой, симметричный и даже более «эстетичный» вид этих формул, избавленный от перечисленных выше недостатков, позволяющий рассчитывать преломление и отражение ЭМВ с учётом как диэлектрических, так и магнитных

свойств сред. Авторы не в состоянии объяснить сложившееся положение иначе, как огромной силой инерции при рассмотрении вопросов, относящихся к области классической физики, и, особенно, традиционной консервативностью образовательной системы при их изложении в рамках стандартных учебных курсов. Немаловажным обстоятельством при этом является, возможно, то, что сам вывод ФФ из уравнений Максвелла хотя и несложен технически, однако достаточно громоздок: собственно, вывод ФФ и анализ непосредственно вытекающих из них результатов содержит более 300 промежуточных формул [6].

В случаях наноструктурных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред приходится сталкиваться с эффектами, которые приводят к проявлению магнитных свойств у формально «чистых» диэлектриков [15]. Например, для снежных покровов, в которых гранулы льда покрыты проводящим слоем жидкой воды, обнаружено проявление магнитных свойств на частотах выше 100 ГГц. Для них μ' оказывается меньше 1, т. е. проявляются диамагнитные свойства. Поэтому решение задач отражения и преломления ЭМВ в случае наноструктурированных гетерогенных и дисперсных увлажнённых сред оказывается в принципе невозможным на основе «канонического» вида ФФ. Наиболее целесообразно в этих задачах использовать ФФ в форминвариантном виде, приведённом в [8].

Также рассмотрим вопрос о фазе волны, отражённой от границы раздела сред. Фаза волны является тонким показателем свойств среды, особенно фазовые эффекты усиливаются в слоистых структурах [1; 4]. Поэтому наблюдение поведения фазы волны при отражении может предоставить наиболее ценную информацию об объекте исследования.

Традиционно считается, что фаза отражённой волны определяется соотношением показателей преломления сред, а также величиной угла падения исходной волны по отношению к углу Брюстера. (Здесь мы не рассматриваем полное внутреннее отражение, а также отражение в случае поглощающих сред, в результате которых появляется дополнительный сдвиг фазы [7; 10; 11].) Покажем, что формулировку правила для фазы отражённой волны можно существенно упростить за счёт введения определения «однофазности» двух волн, наиболее полно соответствующего специфике электромагнитных процессов и методам измерения их параметров. Поскольку при постановке физических экспериментов, в которых существенно измерение фазового сдвига, интуитивно подразумевается именно приведённое ниже толкование одинаковой фазы для двух волн, назовём данное определение «интуитивным».

«Интуитивное» определение: две волны одинаковой частоты, распространяющиеся в различных направлениях, в данной точке пространства имеют одинаковую фазу, если наибольшие положительные значения векторов напряжённости электрического поля E достигаются одновременно и при этом вектора E образуют угол, по абсолютной величине меньший, чем прямой угол.

Следует отметить, что «однофазность» для двух волн вообще, а не применительно к конкретной точке пространства, может быть определена исключительно для волн одинаковой частоты, распространяющихся в одном направлении. Даже в случае двух волн, распространяющихся во встречном направлении, в зависимости от сочетания фаз в различных точках пространства образуются так называемые узлы и пучности, что приводит к явлению, известному как «стоячая волна».

Легко видеть, что приведённое выше определение «однофазности» двух волн от-

личается от неявно используемого в ходе вывода ФФ на основе теории Максвелла [6; 7; 8; 11; 13], а также в самих окончательных формулах «геометрического» определения, которое можно было бы сформулировать следующим образом.

«Геометрическое» определение: *две волны имеют одинаковую фазу, если наибольшие положительные значения векторов напряжённости электрического поля E достигаются одновременно, и при этом вектора E направлены либо в соответствии, либо противоположно положительным направлениям, указанным стрелками на схеме отражения и преломления волны для данной поляризации.*

Отметим, что произвольно задавая положительные направления векторов E на схеме для падающей, преломлённой и отражённой волн, имеется возможность обеспечить любое наперёд заданное сочетание знаков в ФФ. Таким образом, поскольку знаки в ФФ определяются не физикой процессов, а выбранными направлениями стрелок на схеме, приведённые во многих источниках [13; 14] формулы со знаком $(-)$ не являются ошибочными. К сожалению, не всегда по приведённым на поясняющих рисунках схемам отражения и преломления можно однозначно определить направления для векторов E и H , принятые за положительные, что, вообще говоря, делает такие формулы для целей вычисления фазы практически бесполезными. На рис. 1 показаны направления E и H , принимаемые за положительные, для сочетания знаков, приведённых в статье ФФ.

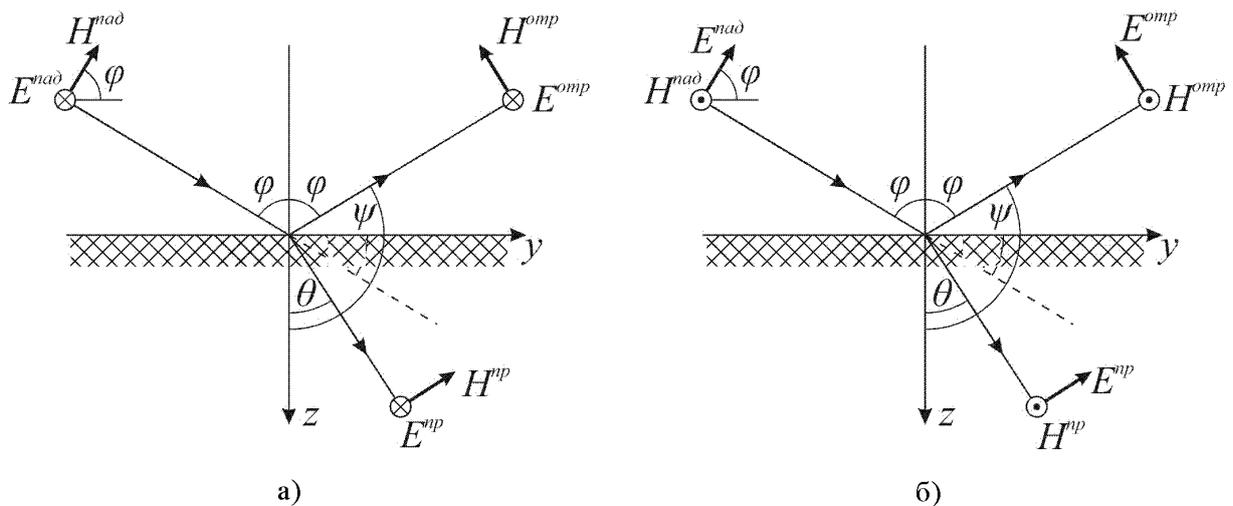


Рис. 1. Лучевые схемы наклонного падения для TE (а) и TM (б) поляризаций с обозначением направлений векторов E и H , принятых за положительные, для сочетания знаков в приведённых ФФ

Fig. 1. Radial inclined drop schemes for TE (a) and TM (б) polarizations with the designations of directions of the vectors E and H , accepted for positive, for a combination of signs in the given FF

С учётом введённого «интуитивного» определения однофазности двух волн формулировки правил для фаз отражённой и преломлённой волн предельно упрощаются (при действительных значениях диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также кроме случая полного внутреннего отражения).

Фаза преломлённой (проходящей) волны на всех поляризациях, при любых углах падения и любых сочетаниях показателей преломления сред, всегда совпадает с фазой падающей волны.

При отражении от среды с меньшим показателем преломления фаза отражённой волны (на всех поляризациях, при углах, не превосходящих угол полного внутреннего отражения) совпадает с фазой преломлённой волны.

При отражении от среды с большим показателем преломления фаза отражённой волны изменяется на π по отношению к фазе преломлённой волны, независимо от величины угла падения по отношению к углу Брюстера.

Поскольку угол между направлениями распространения падающей и преломлённой волн всегда меньше $\pi/2$, эти волны являются однофазными как в «интуитивном», так и «геометрическом» определении. Тем не менее, «привязка» фазы отражённой волны к фазе именно преломлённой, а не падающей волны, является принципиальным моментом, поскольку «однофазность» двух волн в «интуитивном» определении не обладает свойством транзитивности. Например, в случае распространения трёх попарно однофазных волн, если «однофазны» 2-я волна по отношению к 1-й, и 3-я волна по отношению ко 2-й, под углом $\pi/3$ каждая по отношению к предыдущей (рис. 2), 1-я и 3-я волны являются уже «противофазными».

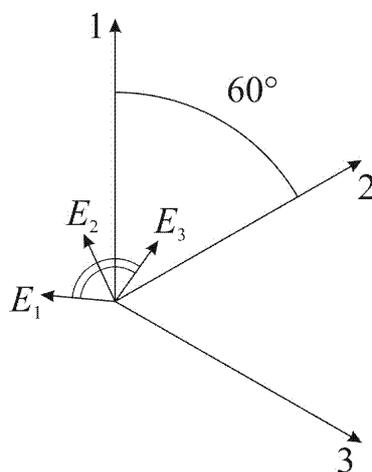


Рис. 2. Схема, представляющая отсутствие свойства транзитивности для «однофазности» волн в «интуитивном» определении

Fig. 2. A diagram representing the absence of a property transitivity for "single-phase" waves in the "intuitive" definition

Легко видеть, что при падении волны под углом Брюстера, при котором в ФФ изменяется знак (что равнозначно изменению фазы в «геометрическом» определении на π), фаза в «интуитивном» определении также изменяется на π , поскольку отражённая и преломлённая волна в этом случае образуют прямой угол.

Данное наблюдение позволяет сделать вывод о том, что смена фазы отражённой волны вблизи угла Брюстера, согласно ФФ, имеет чисто геометрическое объяснение, связанное с трансформацией взаимной направленности векторов при изменении угла падения и неоднозначным толкованием понятия «однофазности» для волн, распространяющихся в различных направлениях. Природа этого эффекта никоим образом не определяется физикой процессов, т. е. в данном случае соотношениями между значениями напряжённости и индукции электрических и магнитных полей на границе раздела сред.

Выводы. Проведённый анализ особенностей формул Френеля в их различных видах представляет интерес при интерпретации результатов электромагнитных измерений в случае наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред, для которых существенным является проявление магнитных свойств, например, увлажнённых нанопористых сред в условиях отрицательных температур. Введённое «интуитивное» определение для «однофазности» двух разнонаправленных электромагнитных волн и предлагаемые на его основе формулировки правил, по которым можно определить фазу отражённой волны, позволяют значительно упростить постановку электромагнитных измерений и обработку их результатов, в том числе и в полевых условиях.

Список литературы

1. Бордонский Г. С., Гурулев А. А., Крылов С. Д. Причины изменения фазы коэффициента отражения от границы воздух-лёд в микроволновом диапазоне // Известия вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 3. С. 260–266.
2. Бордонский Г. С., Орлов А. О. Исследование сегнетоэлектрических фазовых переходов воды в нанопористых силикатах при совместных электрических шумовых и калориметрических измерениях // Физика твёрдого тела. 2014. Т. 56, вып. 8. С. 1575–1582.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
4. Гурулев А. А., Орлов А. О., Цыренжапов С. В. Тепловое излучение трёхслойной среды с тонким промежуточным слоем // Исследования Земли из космоса. 2011. № 4. С. 5–11.
5. Клепиков И. Н., Шарков Е. А. Тепловое излучение слоисто-неоднородных неизотермических сред. М.: Изд-во ИКИ (Препринт 801), 1983. 31 с.
6. Котов В. Э. Вывод и анализ формул Френеля на основе электромагнитной теории Максвелла (по материалам лекций В. В. Толмачева): курсовая работа гр. ФН2-41, МГТУ им. Н. Э. Баумана [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.bestferat.ru-290536/html> (дата обращения: 10.04.2018).
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 621 с.
8. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 544 с.
9. Новожилов Ю. В., Яппа Ю. А. Электродинамика. М.: Наука, 1978. 352 с.
10. Прохождение сгустком Хэвисайда границы раздела двух диэлектриков. Формулы Френеля / В. В. Толмачев, Ф. В. Скрипник, Е. В. Корогодина, И. Г. Солдатенко // Радиостроение. 2017. № 1. С. 14–33.
11. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: ГТИИ, 1948. 540 с.
12. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
13. Хиппель А. Р. Диэлектрики и волны. М.: ИЛ, 1960. 439 с.
14. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. М.: Наука, 1990. 624 с.
15. Matzler C. Eddy currents in heterogeneous mixtures // J. of Electromagnetic Waves and application. 1988. Vol. 2, No. 5–6. Pp. 473–479.

Статья поступила в редакцию 03.04.2018; принята к публикации 07.05.2018

Библиографическое описание статьи

Лукьянов П. Ю., Цыренжапов С. В., Харин Ю. В., Шегрин Ю. А. Особенности использования формул Френеля для расчёта амплитуды и фазы преломлённой и отражённой плоских электромагнитных волн на границе раздела наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2018. Т. 13, № 4. С. 118–126. DOI: 10.21209/2308-8761-2018-13-4-118-126.

Pavel Yu. Lukyanov¹,

*Candidate of Engineering Science, Senior Programmer,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
(16a Nedorezova st., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Sergey V. Tsyrenzhapov²,

*Junior Researcher,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
(16a Nedorezova st., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Yuriy V. Kharin³,

*Engineer,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
(16a Nedorezova st., 672014, Chita, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Kseniya A. Schegrina⁴,

*Engineer,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
(16a Nedorezova st., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Peculiarities of Frenel Formulas Use for Calculating the Amplitude and Phase of Refracted and Reflected Plane Electromagnetic Waves at the Interface of Nanostructured Heterogeneous and Moistened Dispersed Media

The peculiarities of using Fresnel formulas in various forms for calculating the refraction and reflection of electromagnetic waves on a flat interface with allowance for specific effects, the manifestation of which is expected in nanostructured heterogeneous and moistened dispersive media, including those near the critical temperatures at the Widom line are discussed in the article. Issues on the phase of reflected and refracted waves depending on the combination of electromagnetic characteristics of media and geometric factors, as well as the question

¹P. Yu. Lukyanov is an organizer of the research.

²S. V. Tsyrenzhapov formulates conclusions and summarizes the results of a collective research.

³Yu. V. Kharin formulates conclusions and summarizes the results of a collective research.

⁴K. A. Schegrina formulates conclusions and summarizes the results of a collective research.

of the reflected wave phase change near the Brewster angle are considered. We suggest so-called “intuitive” definition for equal phase of two plane electromagnetic waves propagating in different directions, which makes it possible to simplify substantially the formulations of the rules identifying the phase of electromagnetic waves reflected from the media interface.

Keywords: dielectric permeability, magnetic permeability, Fresnel formulas, interface, nanostructured heterogeneous medium, wet dispersion medium

References

1. Bordonskiy G. S., Gurulev A. A., Krylov S. D. Prichiny izmeneniya fazy koeffitsiyenta otrazheniya ot granitsy vozdukh-led v mikrovolnovom diapazone // *Izvestiya vuzov. Radiofizika*. 2009. T. 52, № 3. S. 260–266.
2. Bordonskiy G. S., Orlov A. O. Issledovaniye segnetoelektricheskikh fazovykh perekhodov vody v nanoporistykh silikatakh pri sovmestnykh elektricheskikh shumovykh i kalorimetricheskikh izmereniyakh // *Fizika tverdogo tela*. 2014. T. 56, vyp. 8. S. 1575–1582.
3. Born M., Volf E. *Osnovy optiki*. M.: Nauka, 1970. 856 c.
4. Gurulev A. A., Orlov A. O., Tsyrenzhapov S. V. Teplovoye izlucheniye trekhsloynoy sredy s tonkim promezhutochnym sloym // *Issledovaniya Zemli iz kosmosa*. 2011. № 4. S. 5–11.
5. Klepikov I. N., Sharkov E. A. Teplovoye izlucheniye sloisto-neodnorodnykh neizotermicheskikh sred. M.: Izd-vo IKI (Preprint 801). 1983. 31 s.
6. Kotov V. E. Vyvod i analiz formul Frenelya na osnove elektromagnitnoy teorii Maksvella (po materialam lektsiy V. V. Tolmacheva): rurovaya rabota gr. FN2-41. MGTU im. N. E. Baumana. [Elektronnyy resur]. Rezhim dostupa: <http://www.bestferat.ru-290536/html> (data obrashcheniya: 10.04.2018).
7. Landau L. D., Lifshits E. M. *Elektrodinamika sploshnykh sred*. M.: Nauka, 1982. 621 s.
8. Nikolskiy V. V., Nikolskaya T. I. *Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln*. M.: Nauka, 1989. 544 s.
9. Novozhilov Yu. V., Yappa Yu. A. *Elektrodinamika*. M.: Nauka, 1978. 352 s.
10. Prokhozhdeniye sgustkom Khevisayda granitsy razdela dvukh dielektrikov. Formuly Frenelya / V. V. Tolmachev, F. V. Skripnik, E. V. Korogodina, I. G. Soldatenko // *Radiostroyeniye*. 2017. № 1. S. 14-33.
11. Stretton Dzh. A. *Teoriya elektromagnetizma*. M.: GTII, 1948. 540 s.
12. Tamm I. E. *Osnovy teorii elektrichestva*. M.: Nauka, 1989. 504 s.
13. Khippel A. R. *Dielektriki i volny*. M.: IL, 1960. 439 s.
14. Yavorskiy B. M., Detlaf A. A. *Spravochnik po fizike*. M.: Nauka, 1990. 624 s.
15. Matzler C. Eddy currents in heterogeneous mixtures / *J. of Electromagnetic Waves and application*. 1988. Vol. 2, No. 5–6. Pp. 473–479.

Received: April 03, 2018; accepted for publication May 07, 2018

Reference to article

Lukyanov P. Yu., Tsyrenzhapov S. V., Kharin Yu. V., Schegrina K. A. Peculiarities of Frenel Formulas Use for Calculating the Amplitude and Phase of Refracted and Reflected Plane Electromagnetic Waves at the Interface of Nanostructured Heterogeneous and Moistened Dispersed Media // *Scholarly Notes of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology*. 2018. Vol. 13, No. 4. PP. 118–126. DOI: 10.21209/2308-8761-2018-13-4-118-126.